

CHIHABEM

الرياضيات

- فهرس موضوعي
- إرشادات تطبيقية
- مواضيع نموذجية محلولة

CHIHABEM

**مواضيع نموذجية
في الرياضيات**

لشهادة التعليم المتوسط

حقوق النسخة الإلكترونية محفوظة
لمنتديات ميلاف للتربية و التعليم

www.math43.one-forum.net

دابع بانى

مفتشر التربية و التكوين

العربي داود

مفتشر التربية و التعليم الأساسي

هشّورات الشهاب

CHIHABEM صدر في سلسلة

لغة عربية : سليمان بورنان

رياضيات : رابح بناني - العربي داود

علوم فيزيائية و تكنولوجيا : خالفي - بوقدورة - تعالبة - عطار

علوم الطبيعة والحياة : حيمران - بلطرش - مسراطي

لغة إنجليزية : م. فؤاد دريدر

تاريخ و جغرافيا : م. أو بلقاسم خدام

© منشورات الشهاب 2007

ردمك : 3 - 209 - 63 - 9961 - 978

الإيداع القانوني : 984 - 2005

منشورات الشهاب : 10 نهج إبراهيم غرقا ، باب الوادي، الجزائر 16009

site : www.chihab.com - E-mail : chihab@chihab.com

أنجز طبعه على مطبع الشهاب - باتنة - الجزائر

طبيعة اختبار مادة الرياضيات

المدة : ساعتان (٢٠) ٤ المعامل :

يتضمن اختبار مادة الرياضيات جزأين إجماريين :

الجزء الأول (١٢ نقطة)

يتكون من 4 أو 5 تمارين قصيرة و مستقلة من مختلف المجالات (أنشطة عددية، أنشطة هندسية، تنظيم معطيات).

الهدف منها قياس درجة تحكم المتعلم في المعارف المستهدفة في برنامج السنة الرابعة متوسط و قدرته على تجنيدها لحل مشكلات بسيطة. تكون الوضعيات متنوعة و تسمح في مجملها بتغطية البرنامج بشكل مقبول و لا تقتصر على التطبيق المباشر للمعارف.

الجزء الثاني (٠٨ نقط)

تبني المسألة في شكل وضعية إدماجية.

الهدف منها قياس درجة تحكم المتعلم في مجموعة من الكفاءات الرياضية والكفاءات العرضية المستهدفة في مرحلة التعليم المتوسط. تكون الوضعية مركبة و غير معقدة، ذات دلالة بالنسبة إلى المتعلم و تراعي فيها درجة التوجيه لمساعدة المتعلم من دون مبالغة، بما يسمح بقياس قدرته على توظيف موارده لحل مشكلات بنفسه. تكون الوضعية في متناول المتعلم و غير تعجيزية.

ملاحظة

١ • يقدر وقت إنجاز الجزء الأول بثمانين دقيقة، و وقت إنجاز الجزء الثاني بأربعين دقيقة.

٢ • إذا استهدفت معرفة أو مهارة أو كفاءة في أحد أجزاء الموضوع، لا ينبغي استهدافها في الأجزاء الأخرى.

نصائح عامة لتحضير الامتحان

إذا حضرت نفسك للامتحان و عملت بانتظام و استمرار، و إذا كانت مراجعتك مخططة و منهجية، كانت لديك فرصة كبيرة للنجاح، لهذا ندعوك إلى اتباع النصائح التالية :

• استعد للامتحان كل يوم

- حضر لكل درس و راجعه عقب انتهائه دراسته في القسم.
- ضع جدولًا زمنياً لمراجعتك و استغل الأوقات التي تشعر فيها باللياقة الجيدة و الاستعداد.
- اعط أهمية لكل مواد الامتحان و لا تفضل مادة على مادة أخرى.
- اجمع كل الوثائق التي تساعدك على مراجعة مواضيع كل مادة : الكتاب، الكراس، الحوليات الجيدة و المغطية للبرامج، الكتب المدعم للدروس و التطبيقات و رتبها وفق نظام يسمح لك بالعودة إليها بأدنى مجهد و أقل وقت.
- نوع مراجعتك بين العمل الفردي و العمل الجماعي المفيد.
- استغل ملخصات الدروس أثناء المراجعة.
- أكثر من حل المواضيع النموذجية للامتحانات، و قدم إجاباتك لأساتذتك لتقويمها و توجيهك.
- استعمل الألوان لإبراز ما هو مهم، و اجعل القوانين أو القواعد العامة داخل مستطيلات.
- خصص أوقاتا بعد المراجعة لحفظ المعطيات الرقمية كالقوانين و الإحصاءات و التواريخ.
- إن الكتابة تقضي على شرودك و تمكنك من التركيز، و هي وسيلة هامة لترسيخ المعلومات، و يجعلك تقوم نفسك و تصبح ذاتك. إن المراجعة بهذه الطريقة بطيئة و لكنها مفيدة، و لهذا ننصحك باتباعها.

• التحضير البدني والنفسى

- امنح نفسك نصيحة من الراحة في برنامج مراجعتك، حتى تسترجع طاقتك وتحسن مردودك.
- مارس الرياضة، لتنحوك الاستعداد البدني.
- من الممكن أن تشعر ليلة الامتحان بالقلق والاضطراب، فلا داعي لإجهاد نفسك بالمزيد من المراجعة، إلا إذا أردت التأكد من معرفة معينة.

• يوم الامتحان

- استيقظ مبكراً وتناول فطورك.
- تأكد أنك أخذت بطاقة التعريف والاستدعاء وكل الأدوات الضرورية قبل التوجه إلى مركز الامتحان.
- عندما تقدم لك ورقة الموضوع اقرأه بتمعن وتركيز حتى تفهم المطلوب منك، إذ قد تكون الأسئلة مرتبطة فيما بينها، كما يمكن أن يلمح سؤال معين إلى معلومات هامة. بعدها ابدأ بالتمرير الذي تعتبره الأسهل.
- إن اعتراضك صعوبة وأحسست أنها ستأخذ منك وقتاً أكثر مما يلزم، أحالها وانتقل إلى غيرها، ثم عد إليها في الأخير، فإن الوقت مهم في الامتحان.
- لا تبق في تمرير واحد مدة أطول من اللازم.
- عالج كل جزء باستغلال الوقت الذي خصصته له.
- استعمل مسودة لكل تمرير.
- استعمل المسودة بشكل منتظم، فسجل - أولاً - عناصر السؤال ثم أجب بطريقة مرتبة واضحة ثم انقل الحل إلى ورقة الإجابة.
- اكتب بخط واضح ومقروء.
- أشر إلى الجواب عن كل سؤال.
- راجع الحل المتوصل إليه وتحقق من صحته وملاءمته للسؤال المطروح قبل إعادة ورقتك.
- استغل كل مدة الامتحان ولا تعد ورقة الإجابة قبل انتهاء الوقت.

كيف تستعمل هذا الكتاب؟

- إذا أردت التحقق من معلوماتك في نقطة معينة من البرنامجتناول فهرس المحتويات ليوجهك إلى التمرين الذي يتضمن هذه النقطة.
- ستجد في نهاية هذا الكتاب فهربا للمحتويات يبرز لك رقم التمرين الذي يتضمن النقطة التي تبحث عنها و كذا رقم الموضوع الذي يشمل ذلك التمرين من جهة، و فهربا بعض أرقام صفحات كل المواضيع النسوجية المقدمة من جهة أخرى.
- أجب كتابا عن التمرين، قارن إجابتك بالحل المقترن، ثم صبح أخطاءك.
- أما إذا أردت إجرا، اختبار كامل، إجا إلى فهرس الكتاب و اختر أحد المواضيع.
 - ضع نفسك في جو الامتحان و احترم الوقت المحدد.
 - اقرأ الموضوع كاملا بتركيز حتى تفهم المطلوب منك.
 - ابدأ دائما بالتمرين الذي تعتبره الأسهل، ربحا للوقت.
 - استعمل المسودة لإنجاز المحاولات بشكل نظيف و منظم.
 - انقل الحلول إلى ورقة الإجابة بعناية و نظام.
- بعد الانتها، من الإجابة واستغلال كل الزمن، قارنها بالحل المقترن، ثم صبح أخطاءك. أعد الاختبار بعد مدة تكون قد راجعت المعرف و الطرائق المستهدفة في مختلف المواضيع.
- الأهم عند الاطلاع على حل تمارين ليس قراءته فقط وإنما دراسته بدقة و تتبع جميع خطواته:
 - الاطلاع على الحل : الحسابات و النتائج المتوصل إليها.
 - استنباط المنهجية المستخدمة لتوظيفها في حل تمارين أخرى.
 - طريقة تحرير الإجابات.

لتمرين الأول

1 . احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085.

2 . اختزل الكسر $\frac{837}{2085}$.

لتمرين الثاني

لتكن A العبارة المعرفة كما يلي $A = 40x - 50 + (4x - 5)^2$

1 . انشر و بسط العبارة A .

2 . احسب قيم A من أجل $x = 2$: $x = 0$: $x = -1$.

لتمرين الثالث

a, b, c هي أطوال أضلاع مثلث قائم وتره c .

1 . احسب c إذا علمت أن $b = 3 - \sqrt{6}$ ، $a = \sqrt{3}(1 + \sqrt{6})$ ،

2 . احسب المحيط L لهذا المثلث.

لتمرين الرابع

في الشكل المعاكس لدينا $FG = 2,5 \text{ cm}$: $BC = 3 \text{ cm}$: $AB = 2 \text{ cm}$ و المستقيمات $(AE), (BF), (CG)$ متوازية.

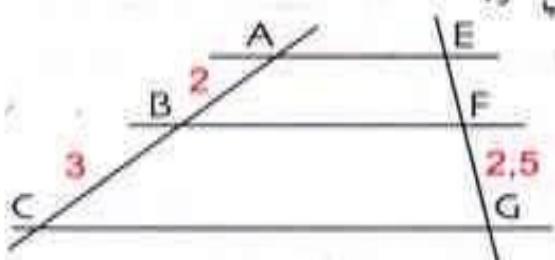
1 . ارسم المستقيم الذي يشمل النقطة E و يوازي المستقيم (AC) .

هذا المستقيم يقطع (BF) في 1 و (CG) في 2 .

اذكر ثلاث متوازيات أضلاع في الشكل.

2 . أثبت أن $\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$.

احسب EF .



• المسألة

يتسبب تأخير في دفع فاتورة الكهرباء . زيادة قدرها 10% من قيمة الفاتورة.

1 . إذا كانت قيمة الفاتورة هي 1000 دينار، فما هي الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد ؟

2 . إذا كانت قيمة الفاتورة و الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هو 1350 دينارا فما هي قيمة الفاتورة ؟

• التمرن الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

- حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085.
- استعمال خوارزمية إقليدس.

$$2085 = 837 \times 2 + 411 \quad \text{لدينا}$$

$$837 = 411 \times 2 + 15$$

$$411 = 15 \times 27 + 6$$

$$15 = 6 \times 2 + 3$$

$$6 = 3 \times 2 + 0$$

ينتظر أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085 هو 3.

$$\text{pgcd}(837; 2085) = 3 \quad \text{أي}$$

$$2 \cdot \frac{837}{2085} \quad \text{اختزال الكسر}$$

$$2085 = 3 \times 695 \quad \text{لدينا} \quad 837 = 3 \times 279 \quad \text{و}$$

$$\frac{837}{2085} = \frac{279}{695} \quad \text{و بالتالي} \quad \frac{837}{2085} = \frac{3 \times 279}{3 \times 695} = \frac{279}{695} \quad \text{إذن}$$

الكسر $\frac{279}{695}$ هو الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{837}{2085}$.

• التمرن الثاني (الحساب المحرفي - المطابقات الشهيرة)

- نشر و تبسيط A.

$$(4x - 5)^2 = (4x)^2 - 2 \times (4x)(5) + 5^2 \quad \text{لدينا}$$

$$= 16x^2 - 40x + 25$$

$$(4x - 5)^2 = 16x^2 - 40x + 25 \quad \text{و بالتالي}$$

$$A = 40x - 50 + (4x - 5)^2 = 40x - 50 + 16x^2 - 40x + 25 \quad \text{إذن}$$

$$= 16x^2 - 25$$

ينتظر أن $A = 16x^2 - 25$

- حساب قيم A من أجل x = 2 و x = 0 و x = -1.

$$A = 16(-1)^2 - 25 \quad \text{لدينا} \quad x = -1 \quad \text{من أجل}$$

$$= 16 - 25 = -9$$

إذن $x = -1 \quad A = -9 \quad \text{من أجل}$

الحلول

• من أجل $A = 16 \times 0 - 25 = -25$ لدينا $x = 0$

إذن $x = 0$ من أجل $A = -25$

• من أجل $A = 16(2)^2 - 25$ لدينا $x = 2$

$$= 16 \times 4 - 25$$

$$= 64 - 25$$

$$= 39$$

إذن $x = 2$ من أجل $A = 39$

● التمرين الثالث (المقدور التربيعية)

$c^2 = a^2 + b^2$ $c > 0$: $b > 0$: $a > 0$ هي أعداد تحقق $c, b, a > 1$

• حساب c

$$\begin{aligned} c^2 &= [\sqrt{3}(1 + \sqrt{6})]^2 + (3 - \sqrt{6})^2 \\ &= 3(1 + \sqrt{6})^2 + 3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{6} + \sqrt{6}^2 \\ &= 3(1 + 2 \times 1 \times \sqrt{6} + \sqrt{6}^2) + 9 - 6\sqrt{6} + 6 \\ &= 3(1 + 2\sqrt{6} + 6) + 15 - 6\sqrt{6} \\ &= 3(7 + 2\sqrt{6}) + 15 - 6\sqrt{6} \\ &= 21 + 6\sqrt{6} + 15 - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$c^2 = 36$ وبالتالي

$c = 6$ أي $c = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$ إذن

• حساب المحيط L لل مثلث.

$$\begin{aligned} L &= a + b + c \\ &= \sqrt{3}(1 + \sqrt{6}) + (3 - \sqrt{6}) + 6 \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{18} + 3 - \sqrt{6} + 6 \\ &= \sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 9 - \sqrt{6} \\ &= 9 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6} \end{aligned}$$

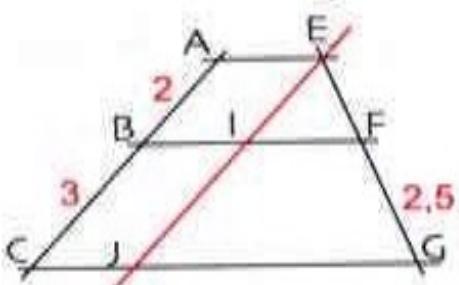
$L = 9 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ إذن

وبالتالي محيط المثلث هو $(9 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6})$ وحدة طول.

الحلول

- #### • التسرين الرابع (خاصية طالس)

• الرباعيات AEIB، BIJC، AEJC هي متوازيات أضلاع.
 • مثلثات في وضعية طالس. EJG و EIF



$$\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG} \quad \text{أي} \quad \frac{EI}{EJ} = \frac{EF}{EG}$$

$EJ = AC$ و $EI = AB$ لأن

EF حساب 3

$$AC = 5 \text{ cm} \quad \text{إذن} \quad AC = AB + BC \quad \text{لدينا}$$

$$\therefore \frac{2}{5} = \frac{EF}{EF + 2.5} \quad \text{أي} \quad \frac{2}{5} = \frac{EF}{EF + FG} \quad \text{يعني} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$$

$$3EF = 5 \quad \text{ينتج أن} \quad 5EF = 2(EF + 2,5) = 2EF + 5 \quad \text{و هذا يعني أن}$$

$$EF \approx 1.6 \text{ cm} \quad \text{أي} \quad EF = \frac{5}{3} \quad \text{إذن}$$

المسالة

١٠ نضع λ هو مبلغ الفاتورة و $\lambda \alpha$ الزيادة الناتجة عن التأخير في التسليم.

$$y = \frac{1}{10}x \quad \text{أي} \quad y = \frac{10}{100}x \quad \text{لدينا}$$

• الزيادة الناتجة عن تأخير التسديد هي $(\frac{1}{10} \times 1000)$ دينارا.

$$\frac{1}{10} \times 1000 = 100$$

إذن الزيادة الناتجة عن تأخير التسديد هي 100 ديناراً

٢٠ . لتكن x مبلغ الفاتورة.

$$1430 = \frac{11}{10} x \quad \text{أي} \quad 1430 = x + \frac{1}{10} x = \left(1 + \frac{1}{10}\right) x \quad \text{لدينا}$$

$$\therefore 1430 = \frac{11}{10} x \text{ حيث}$$

$$x = \frac{1430 \times 10}{11}$$

$$x = \frac{14300}{11} = 1300$$

بالناتي مبلغ الفاتورة هو 1300 دينارا

التمرين الأول

1. عين القاسم المشترك الأكبر للعدادين 729 و 513.
2. أختزل الكسر $\frac{513}{729}$ و اكتبها على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين الثاني

بين أن للمعادلتين $x + 6 = 3 - 2x$ و $3x - 5 = -7 + x$ نفس الحل.

التمرين الثالث

f دالة تألفية معرفة كما يلي :

1. عين صورة العدد 0 بالدالة f .

2. عين العدد الذي صورته 0 بالدالة f .

3. عين الدالة الخطية g المرفقة بالدالة f .

4. المستوي منسوب إلى معلم متواحد و متجانس مبدؤه 0.

ليكن (T) التمثيل البياني للدالة g و (d) التمثيل البياني للدالة f .

تحقق أن النقطة (2 ; 1) تنتمي إلى (T) ولا تنتمي إلى (d).

ارسم (d) و (T) في المعلم السابق.

التمرين الرابع

ABC مثلث قائم في A بحيث $\hat{B} = 60^\circ$ و $\hat{A}HB = 90^\circ$. H نقطة من [BC] بحيث

1. احسب BC و BH ثم احسب HC .

2. احسب AH بتقرير 0.1 cm.

3. عين قيس الزاوية HAC ثم احسب HC .

•• المسألة

محیط حقل مستطيل الشكل هو 280 m.

إذا انقصنا 10 m من طوله وأخذنا 10 m إلى عرضه فإن مساحته تزداد بقدر 100 m^2 .

ما هما طول وعرض الحقل؟

الموضوع 2

● التمرين الأول (الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة)

١ • تعين القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513

نستعمل خوارزمية إقليدس.

$$729 = 513 \times 1 + 216$$

$$513 = 216 \times 2 + 81$$

$$216 = 81 \times 2 + 54$$

$$81 = 54 \times 1 + 27$$

$$54 = 27 \times 2 + 0$$

نلاحظ أن آخر باق غير منعدم هو 27.

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513 هو 27

$$\text{pgcd}(729; 513) = 27 \quad \text{أي}$$

٢ • اختزال الكسر $\frac{513}{729}$

لدينا $19 \times 27 = 729$ و $513 = 27 \times 19$

$$\text{إذن } \frac{513}{729} = \frac{19}{27} \quad \text{و بالتالي } \frac{513}{729} = \frac{27 \times 19}{27 \times 27} = \frac{19}{27}$$

أي $\frac{513}{729}$ هو كسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي الكسر $\frac{19}{27}$

● التمرين الثاني (المعادلات والمتراجعات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

• حل المعادلة $3x - 5 = -7 + x$

$$3x - x = -7 + 5 \quad \text{يعني } 3x - 5 = -7 + x$$

(عندما ننقل عدداً أو عبارة من طرف إلى آخر من معادلة، نغير إشارته).

بعد التبسيط نجد $x = -1$. و بالتالي $x = -\frac{2}{2}$. أي $x = -1$

يُنتَج أن المعادلة $3x - 5 = -7 + x$ تقبل حلًا واحدًا هو -1

• حل المعادلة $x + 6 = 3 - 2x$

$$x + 2x = 3 - 6 \quad \text{يعني } x + 6 = 3 - 2x$$

أي $x = -3$. و بالتالي $3x = -3$

إذن المعادلة $x + 6 = 3 - 2x$ تقبل حلًا واحدًا هو -1

يُنتَج أن للمعادلتين نفس الحل و هو -1

الحلول

• التمرين الثالث (الدوال التالية)

1 • صورة 0 بالدالة f هي $f(0)$

$$f(0) = 3 \quad \text{أي} \quad f(0) = -2 \times 0 + 3$$

2 • العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو العدد x بحيث $f(x) = 0$

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{يعني} \quad f(x) = 0 \quad \text{أي} \quad -2x + 3 = 0 \quad \text{إذن} \quad -2x = -3$$

لدينا 0 = 0 و بالتالي العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو $\frac{3}{2}$.

3 • الدالة الخطية المرفقة بالدالة التالية f هي الدالة g المعرفة كما يلى :

$$g(x) = -2x$$

$$g(1) = -2 \quad \text{إذن} \quad g(1) = (-2) \times 1$$

وبالتالي النقطة $(2 ; 1)$ تنتمي إلى المستقيم (T) الممثل للدالة g .

لدينا $1 = f(1)$ و $-2 \neq 1$ إذن D لا تنتمي إلى (d) .

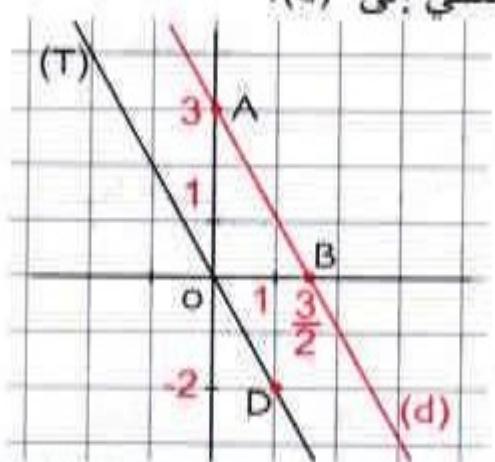
4 • رسم (d) و (T) .

(d) يشمل النقطتين $(3 ; 0)$ و $(0 ; 3)$.

إذن المستقيم (d) هو (AB) .

(T) يشمل النقطتين $(0 ; 0)$ و $(1 ; -2)$.

و المستقيم (T) هو المستقيم (OD) .



• التمرين الرابع (حساب المثلثات في المثلث القائم)

1 • للمثلث القائم BAC زاوية قيسها 60°

فهو نصف مثلث متقايس الأضلاع.

$$BC = 6 \text{ cm} \quad \text{أي} \quad BC = 2 AB$$

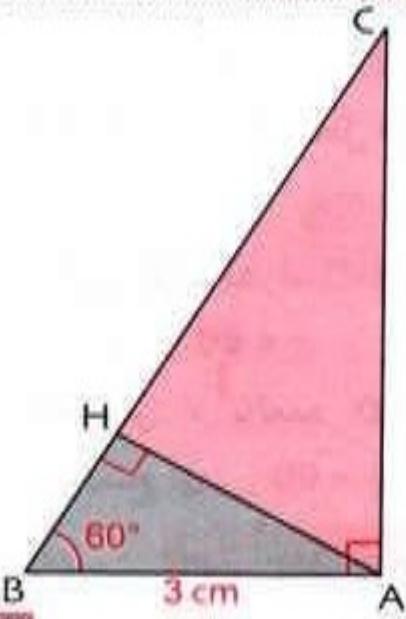
لدينا أيضاً للمثلث القائم ABH زاوية قيسها 60°

فهو أيضاً نصف مثلث متقايس الأضلاع.

$$BH = 1,5 \text{ cm} \quad \text{أي} \quad BH = \frac{1}{2} AB$$

$$HC = 6 - 1,5 = 4,5 \quad \text{أي} \quad HC = BC - BH$$

$$HC = 4,5 \text{ cm} \quad \text{إذن}$$



الحلول

2 • المثلث ABH قائم في H

حسب نظرية فيثاغورث، $AB^2 = AH^2 + BH^2$

إذن $AB^2 = AH^2 + BH^2$

$$= 9 - 2,25 = 6,75$$

$$AH \approx 2,6 \quad \text{أي} \quad AH = \sqrt{6,75}$$

3 • لدينا $\widehat{HAC} = 60^\circ$ إذن $\widehat{HAB} = 30^\circ$ و $\widehat{HAC} + \widehat{HAB} = 90^\circ$

المثلث HAC قائم في H إذن $\frac{HC}{AH} = \tan \widehat{HAC}$

$$= \sqrt{6,75} \times \sqrt{3} = \sqrt{20,25}$$

$$HC = 4,5 \text{ cm} \quad \text{أي} \quad HC = \sqrt{20,25}$$

ملاحظة : لقد استعملنا طريقتين لحساب HC

• المسألة

نضع x طول الحقل و y عرضه مع أن $x > 0$ و $y > 0$

محيط الحقل هو $(x + y) 2$ و مساحته هي $x \times y$

إذن $x + y = 140$ أي $2(x + y) = 280$

يتبع أن $(x - 10)(y + 10) = x \times y + 100$

$$xy + 10x - 10y - 100 = xy + 100$$

$$10x - 10y = 200$$

$$x - y = 20$$

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ x - y = 20 \end{cases} \quad \text{نحل الجملة}$$

بالجمع طرف لطرف المعادلتين نجد $2x = 160$

$$\therefore x = 80$$

بتعويض x بالعدد 80 في المعادلة $x + y = 140$

$$\therefore y = 60$$

يتبع أن طول الحقل هو 80 m و عرضه 60 m

التمرين الأول

1. انشر و بسط كلا من العبارتين A و B التاليتين :

$$A = (x + 2)^2 - (2x + 4)(x - 3)$$

$$B = (4x - 1)^2 - (x - 4)^2$$

2. احسب قيمة A من أجل $x = -2$ و قيمة B من أجل $x = 1$.

التمرين الثاني

مجموع عددين طبيعيين هو 2007.

عند إجراه، القسمة الإقليمية للعدد الأكبر على العدد الأصغر، يكون حاصل

القسمة هو 2 و باقي القسمة هو 338.

أوجد هذين العددين.

التمرين الثالث

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

1. علم النقط $(1; A), (2; B), (-3; C)$ و $(2; -4; D)$.

2. برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين.

3. لتكن $(3; 0) D$ نقطة من المستوى.

برهن أن D هي صورة C بالإنسحاب الذي شاعره \overrightarrow{AB} .

التمرين الرابع

لاحظ الشكل المقابل. (\odot) هي دائرة مركزها O و نصف قطرها R .

A, B, C و D أربع نقاط من الدائرة

$$\widehat{BAD} = \widehat{COD} = 75^\circ$$

1. احسب قيس الزاوية \widehat{BOD} .

2. احسب قيس الزاوية \widehat{BOC} .

• المسألة

يحقق تاجر ربحاً قدره 25% من ثمن شراء بضاعته.

1. احسب ثمن بيع البضاعة إذا كان ثمن شرائها هو 120 ديناراً.

2. احسب ثمن شراء البضاعة إذا كان ثمن بيعها هو 240 ديناراً.

الموضوع 3

• التمرين الأول (الحساب المعرفي - المتطابقات الشهيرة)

1 • نشر و تبسيط العبارة A.

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \quad \text{لدينا}$$

$$\begin{aligned} (2x+4)(x-3) &= 2x^2 - 6x + 4x - 12 \\ &= 2x^2 - 2x - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= (x+2)^2 - (2x+4)(x-3) \\ &= x^2 + 4x + 4 - (2x^2 - 2x - 12) \\ &= x^2 + 4x + 4 - 2x^2 + 2x + 12 \end{aligned}$$

$$A = -x^2 + 6x + 16 \quad \text{و بالتالي}$$

• نشر و تبسيط العبارة B.

$$(4x-1)^2 = 16x^2 - 8x + 1 \quad \text{لدينا}$$

$$(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16 \quad \text{و}$$

$$\begin{aligned} B &= (4x-1)^2 - (x-4)^2 \\ &= 16x^2 - 8x + 1 - (x^2 - 8x + 16) \\ &= 16x^2 - 8x + 1 - x^2 + 8x - 16 \end{aligned}$$

$$B = 15x^2 - 15 \quad \text{و بالتالي}$$

2 • حساب قيمة A من أجل $x = -2$

$$\begin{aligned} A &= (-2+2)^2 - (-4+4)(-2-3) \\ &= 0 - 0 \times (-5) = 0 \end{aligned}$$

$$x = -2 \quad \text{من أجل } A = 0 \quad \text{إذن}$$

• حساب قيمة B من أجل $x = 1$, من أجل $x = 1$ نجد $x = 1$ من أجل $B = 0$

$$x = 1 \quad \text{من أجل } B = 0 \quad \text{إذن}$$

• التمرين الثاني (حل معادلتين من الدرجة الأولى لمجهولين)

ليكن a و b العددان المطلوبين حيث $a > b$.

$$\begin{cases} a + b = 2007 \\ a = 2b + 338 \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

نحل هذه الجملة باستعمال طريقة التعويض.

بتقسيم a بالعدد 2b + 338 في المعادلة a + b = 2007.

الحلول

يُنْتَجُ أَنْ 2b + 338 + b = 2007

$$\therefore b = 555 \quad \text{أي} \quad b = \frac{1665}{3} \quad \text{إذن} \quad 3b = 1665$$

بِتَعْوِيْضِ b بِالْعَدْدِ 555 فِي الْعَبَارَةِ 2b + 338

$$a = 2 \times 555 + 338 \quad \text{يُنْتَجُ أَنْ}$$

$$a = 1448 \quad \text{أي}$$

وَبِالْتَّالِيِّ الْجَمْلَةُ تَقْبِلُ حَلًا وَاحِدًا وَهُوَ (1448 ; 555)

$$b = 555 \quad \text{وَ} \quad a = 1448 \quad \text{إذن}$$

• التَّمْرِينُ ثَالِثٌ (السَّعَالَمُ)

1. تَعْلِيمُ النَّقْطِ C, B, A
(لَاَحْظِ الشَّكْلَ)

2. الْبَرْهَانُ عَلَى أَنَّ الْمُثَلَّثَ CABC متساوي الساقين.

حَسَابُ الطُّولَيْنِ AB وَ AC

$$\begin{aligned} \text{لَدِينَا} \quad AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(5 - 2)^2 + (6 - 1)^2} \\ &= \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \end{aligned}$$

$$\text{إذن} \quad AB = \sqrt{34}$$

$$\text{وَلَدِينَا} \quad AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (-2 - 1)^2}$$

$$\text{إذن} \quad AC = \sqrt{34}$$

نَلَاحِظُ أَنَّ AB = AC

إذن

المُثَلَّثُ ABC متساوي الساقين

3. الْبَرْهَانُ عَلَى أَنَّ D صُورَةُ C بِالْإِنْسَحَابِ الَّذِي شَعَاعَهُ \vec{AB} .

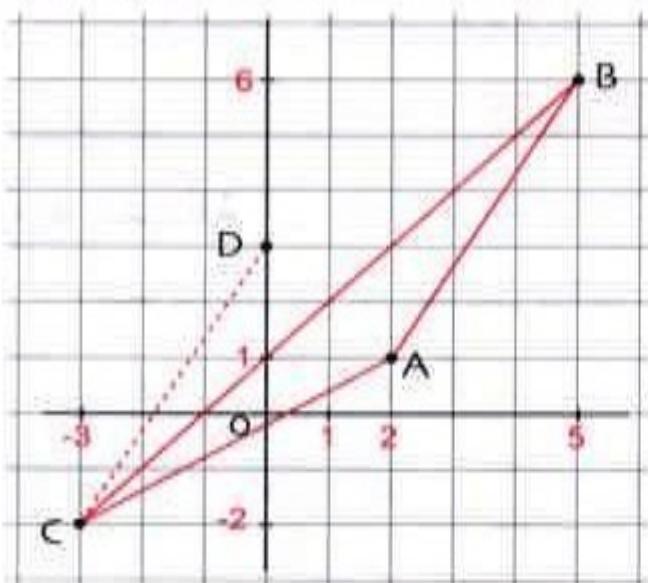
$. \vec{CD} = \vec{AB}$ بِعْنَى \vec{AB} صُورَةُ C بِالْإِنْسَحَابِ الَّذِي شَعَاعَهُ D

$$\text{لَدِينَا} \quad y_B - y_A = 6 - 1 = 5 \quad \text{وَ} \quad x_B - x_A = 5 - 2 = 3$$

$$\text{إذن} \quad \vec{AB} (3 : 5)$$

$$\text{وَلَدِينَا} \quad y_D - y_C = 3 + 2 = 5 \quad \text{وَ} \quad x_D - x_C = 0 - (-3) = 3$$

$$\text{إذن} \quad \vec{CD} (3 : 5)$$



الموضوع 3

الحلول

يُنتَجُ أَنْ $\overline{CD} = \overline{AB}$

D هي صورة C بالإنسحاب الذي شعاعه \overline{AB} و بال التالي

• التمرين الرابع (الدوران)

\widehat{BAD} هي زاوية محبيطة و \widehat{BOD} زاوية مركزية.

الإذا كان \widehat{BAD} و \widehat{BOD} يحصران نفس القوس \widehat{BD} .

إذن $\widehat{BOD} = 2 \widehat{BAD} = 150^\circ$

$\widehat{BOD} = 150^\circ$ و بال التالي

لدينا $\widehat{BOC} = 150^\circ - 75^\circ = 75^\circ$ أي $\widehat{BOC} = \widehat{BOD} - \widehat{COD}$

$\widehat{BOC} = 75^\circ$ يُنتَجُ أَنْ

• المسألة

1. حساب ثمن بيع بضاعة ثمن شرائها هو 120 دينارا

هو $\left[120 + \frac{25}{100} (120) \right]$ دينارا.

لدينا $120 + \frac{25}{100} \times 120 = 120 + 30 = 150$

إذن إذا كان ثمن شراء البضاعة هو 120 دينارا فإن ثمن بيعها هو 150 دينارا

2. حساب ثمن شراء البضاعة إذا كان ثمن بيعها هو 240 دينارا.

ليكن x هو ثمن الشراء.

لدينا $240 = x + \frac{25}{100} x = \left(1 + \frac{25}{100} \right) x = \frac{125}{100} x$

إذن $240 = \frac{125}{100} x$

$x = \frac{240 \times 100}{125} = 192$ و بال التالي

إذن إذا كان ثمن بيع البضاعة هو 192 دينار فأن ثمن شرائها هو 192 دينار

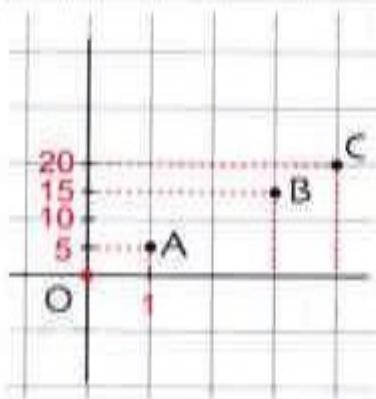
الموضوع 4

التصوّص

التمرين الأول

- لتكن A العبارة المعرفة كما يلى : $5 - (5x - 1)^2 + 3x - (2x + 4)^2$
1. حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
 2. حل المعادلة $A = 0$.

التمرين الثاني



لاحظ التمثيل البياني المقابل.

1. تحقق أن تراتيب A , B و C متناسبة مع فواصلها.
- ما هو معامل التناصية.
2. عين الدالة الخطية التي تمثلها البياني هو المستقيم الذي يشمل هذه النقطة.

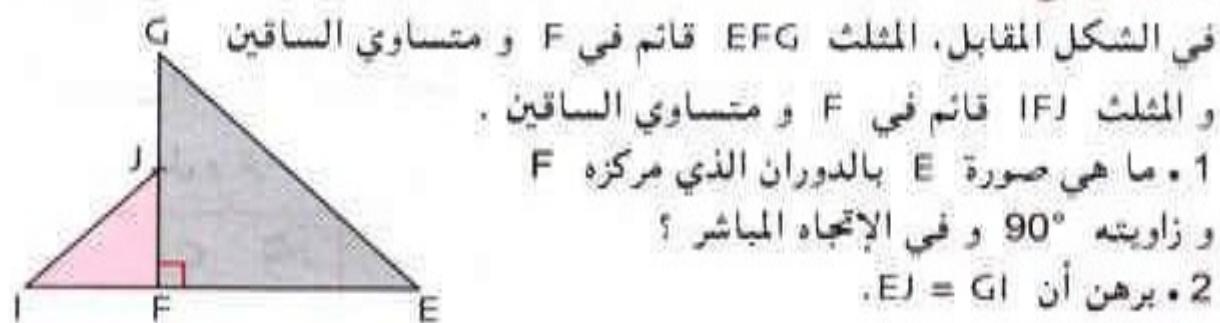
التمرين الثالث

المدول التالي يعبر عن أعمار عمال مؤسسة إنتاجية.

سنوات الأعمار (بالسنوات)	[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[
التكرار	13	25	28	17

1. احسب التكرارات المجمعة الصاعدة.
2. احسب نواتر كل فئة و التواترات المجمعة الصاعدة.
3. ما هو وسط أعمار عمال هذه المؤسسة ؟

التمرين الرابع



1. ما هي صورة E بالدوران الذي مركزه F و زاويته 90° و في الإتجاه المعاكس ؟
2. برهن أن $EJ = GI$.

المسألة

- ت تكون الأجرة الشهرية لبائع في مركز تجاري من مبلغ ثابت قدره 15000 دينارا وعلاوة قدرها 10% من الأرباح الشهرية المحققة.
1. احسب الأجرة الشهرية لهذا البائع إذا بلغت الأرباح 50000 دينارا.
 2. كم بلغت الأرباح الشهرية إذا كانت أجرته الشهرية 18000 دينارا ؟

● التمرين الأول (المعادلات والمتراجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

١. تخليل A إلى جداً عاملين من الدرجة الأولى.

$$\begin{aligned} (2x + 4)^2 - (5x - 1)^2 &= [(2x + 4) - (5x - 1)][(2x + 4) + (5x - 1)] \\ &= (2x + 4 - 5x + 1)(2x + 4 + 5x - 1) \\ &= (-3x + 5)(7x + 3) \end{aligned}$$

$$(2x + 4)^2 - (5x - 1)^2 = (-3x + 5)(7x + 3) \quad \text{إذن}$$

$$3x - 5 = -(-3x + 5) \quad \text{إذن}$$

$$\begin{aligned} A &= (-3x + 5)(7x + 3) - (-3x + 5) \\ &= (-3x + 5)(7x + 3 - 1) \\ &= (-3x + 5)(7x + 2) \end{aligned}$$

$$A = (-3x + 5)(7x + 2) \quad \text{و بالتالي}$$

٢. حل المعادلة $A = 0$

$$(-3x + 5)(7x + 2) = 0 \quad A = 0$$

$$7x + 2 = 0 \quad \text{أي } -3x + 5 = 0$$

$$x = \frac{5}{3} \quad \text{يعني } -3x = -5 \quad \text{أي } -3x + 5 = 0$$

$$x = -\frac{2}{7} \quad \text{يعني } 7x = -2 \quad \text{أي } 7x + 2 = 0$$

يُنتَجُ أن المعادلة $A = 0$ تقبل حلتين هما $\frac{5}{3}$ و $-\frac{2}{7}$

● التمرين الثاني (الدوال الخطية - التناضبة)

١. فواصل و تراتيب النقط A، B و C هي في المجدول التالي :

النقطة	A	B	C
فواصلها	1	3	4
تراتيبتها	5	15	20

$$20 = 4 \times 5 \quad ; \quad 15 = 3 \times 5 \quad ; \quad 5 = 1 \times 5 \quad \text{لدينا}$$

إذن تراتيب النقط A، B و C متناسبة مع فواصلها.

الحلول

• معامل التناصية هو 5.

3. الدالة الخطية هي الدالة f المعرفة كما يلى :

● التمرين الثالث (الإحصاء)

1. حساب التكرارات المجمعة الصاعدة.

فئات الأعمار	[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[
التكرار	13	25	28	17
التكرارات المجمعة الصاعدة	13	28	56	73

2. حساب تواتر كل فئة و التواترات المجمعة الصاعدة. التكرار الكلى هو 73.

فئات الأعمار	[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[
التكرارات	13	25	28	17
التواءات	$\frac{13}{73}$	$\frac{25}{73}$	$\frac{28}{73}$	$\frac{17}{73}$
التواءات المجمعة الصاعدة	$\frac{13}{73}$	$\frac{28}{73}$	$\frac{56}{73}$	1

3. حساب وسط الأعمار. ليكن \bar{x} وسط الأعمار.

مراكز الفئات	25	35	45	55
التكرارات	13	25	28	17

$$\bar{x} = \frac{25 \times 13 + 35 \times 25 + 45 \times 28 + 55 \times 17}{73} \quad \text{لدينا}$$

$$= \frac{325 + 875 + 1260 + 935}{73} = \frac{3395}{73} = 46,50$$

. $\bar{x} \approx 46,50$ إذن

أي وسط الأعمار هو 46,50 سنة (أي ستة وأربعون سنة ونصف

الموضوع 4

الحلول

● التمرين الرابع (الدوران)

1 • بما أن المثلث EFG متساوي الساقين رأسه الأساسي F .

$$\text{فإن } FE = FG$$

$$\text{نعلم أن } \widehat{GFE} = 90^\circ.$$

يُنتج أن صورة E بالدوران الذي مركزه F و زاويته 90° و في الإتجاه المباشر هي النقطة G .

2 • لدينا المثلث IFJ متساوي الساقين رأسه الأساسي F و $\angle IFJ = 90^\circ$.

إذن صورة I بالدوران السابق هي J .

لدينا صورة E هي I و صورة J هي I .

إذن صورة $[EJ]$ هي $[GI]$.

بما أن الدوران يحفظ المسافات

$EJ = GI$ إذن

● المسألة

نضع x الأجرة الشهرية لهذا البائع و y الأرباح الشهرية.

$$\text{لديها } y = 15000 + \frac{10}{100}x,$$

$$1 • \text{نعلم أن } y = 50000$$

$$\text{إذن } x = 15000 + \frac{10}{100} \times 50000 \\ = 20000$$

و وبالتالي الأجرة الشهرية هي 20000 دينارا

إذا بلغت الأرباح 50000 دينارا

$$2 • \text{لديها } x = 18000 \text{ و } x = 15000 + \frac{10}{100}y$$

$$\text{إذن } y = 30000 - 15000 = 3000 \text{ أي } y = \frac{10}{100}x = 30000$$

و وبالتالي بلغت الأرباح 30000 دينارا إذا كانت

أجرته الشهرية 18000 دينارا

التمرين الأول

- ١٠ اكتب العدد $\sqrt{72}$ على الشكل $a\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي.
- ٢٠ اكتب العدد $3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} - 4$ على الشكل $b\sqrt{2}$ حيث b عدد طبيعي.

التمرين الثاني

سأله أستاذ التربية البدنية تلاميذه حول تكهن نتيجة المقابلة في كرة القدم بين فريق شبيبة القبائل و إتحاد الجزائر لخصت النتائج في الجدول التالي حيث الرمز ١ يعني فوز فريق شبيبة القبائل.

النتائج	١	\times	٢
التكرارات	١٥	٧	١٣

- الرمز ٢ يعني فوز فريق إتحاد الجزائر.
 الرمز \times يعني تعادل الفريقين.
- ١٠ ما هو التكرار الكلي لهذه السلسلة ؟
 ٢٠ احسب تواتر كل قيمة و التواترات المجمعة الصاعدة.

التمرين الثالث

- المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متاجنس مبدئي O .
- ١٠ هي الدالة الخطية التي تمثلها البياني (d) يشمل النقطة $A(3 ; 3)$ و ٢٠ هي الدالة التاليفية التي تمثلها البياني (T) يشمل نقطتين $B(5 ; -3)$ و $C(-4 ; 2)$. ١٠ عن الدالتين f و g . ٢٠ علم النقط A , B و C . ٣٠ ارسم التمثيلين البيانيين (d) و (T) في المعلم السابق.

التمرين الرابع

- ٥ : $A(3 ; 5)$, $B(5 ; -4)$, $C(2 ; -4)$ نقط من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متاجنس.

١٠ احسب الأعداد $AC^2 : BC^2 : AB^2$.

- ٢٠ استنتج طبيعة المثلث ABC .

• المسألة

يقول رضا لسمير : إذا أعطيتني 6 كريات فيصبح عندنا نفس عدد الكريات وإذا أعطيتني 10 يصبح عندك نصف ما يصبح عندي من الكريات.
 ما هو عدد الكريات عند كل من رضا و سمير ؟

● التمرين الأول (المنور التربيعة)

1. كتابة العدد $\sqrt{72}$ على الشكل $a\sqrt{2}$.

$$\text{لدينا } 72 = 36 \times 2$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6 \times \sqrt{2} \quad \text{إذن}$$

$$\sqrt{72} = 6\sqrt{2} \quad \text{و بالتالي}$$

2. كتابة العدد $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32}$ على الشكل $b\sqrt{2}$.

$$4\sqrt{72} = 4 \times 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2} \quad \text{لدينا}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \quad \text{و}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \quad \text{و}$$

$$4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 4(6\sqrt{2}) - 3(5\sqrt{2}) + 2(4\sqrt{2}) \quad \text{إذن}$$

$$= 24\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$$

$$= (24 - 15 + 8)\sqrt{2}$$

$$= 17\sqrt{2}$$

$$4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 17\sqrt{2} \quad \text{إذن}$$

● التمرين الثاني (الإحصا).

1. حساب التكرار الكلي لهذه السلسلة.

$$\text{لدينا } 35 = 15 + 7 + 13. \quad \text{إذن التكرار الكلي لهذه السلسلة هو 35.}$$

عدد التلاميذ الذين اقترحوا نتيجة للمقابلة هو 35.

2. حساب تواتر كل قيمة و التواترات المجمعة الصاعدة.

نلخص النتائج في الجدول التالي :

النتائج	1	\times	2
التكرارات	15	7	13
التواءرات	$\frac{15}{35}$	$\frac{7}{35}$	$\frac{13}{35}$
التواءرات المجمعة الصاعدة	$\frac{15}{35}$	$\frac{22}{35}$	1

الحلول

● التمرين الثالث (الدوال الخطية التالفة)

1 • تعين الدالتين f و g .

• بما أن f دالة خطية فإن f معرفة كما يلي :

التمثيل البياني (d) للدالة f يشمل (3 ; 3).

$a = 3$ إذن $3 = f(3)$ أي $a \times 3 = 3$ وبالتالي

الدالة الخطية f معرفة كما يلي :

نعلم أن الدالة g دالة تالفة.

ونعلم أن التمثيل البياني (T) للدالة g يشمل (-3 ; -4) و (2 ; -4).

إذن $-3 = g(5)$ و $-4 = g(2)$.

الدالة g معرفة كما يلي :

$$m = \frac{g(5) - g(2)}{5 - 2} = \frac{-3 - (-4)}{3} = \frac{1}{3}$$

حيث $m \times 5 + p = -3$ أي $g(5) = -3$

$$\text{أي } p = -\frac{14}{3} \text{ إذن } \frac{5}{3} + p = -3$$

و وبالتالي الدالة التالفة g معرفة كما يلي :

2 • تعليم النقط A، B و C. (لاحظ الشكل)

3 • رسم (d) و (T).

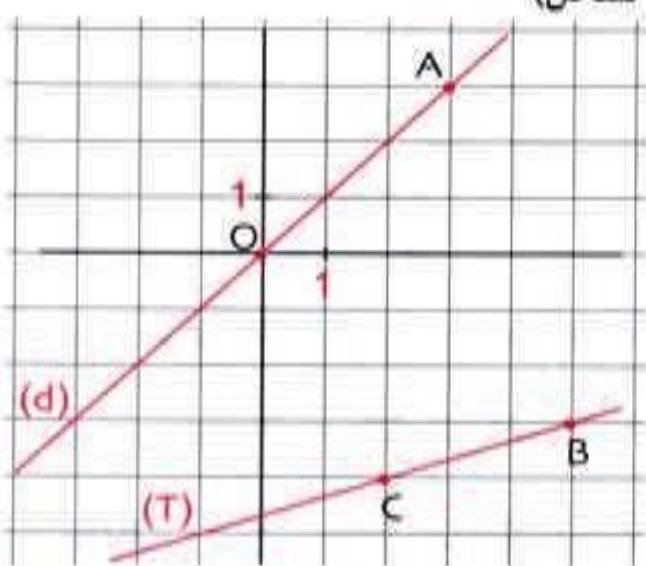
(d) يشمل المبدأ O

و النقطة (3 ; 3).

إذن (d) هو المستقيم (OA).

(T) يشمل النقطتين B و C.

إذن (T) هو المستقيم (BC).



الموضوع 5

الحلول

● التمرين الرابع (المعالم)

١. حساب AC^2 ، BC^2 ، AB^2

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \quad \text{لدينا}$$

$$= (5 - 3)^2 + (-3 - 3)^2 = 4 + 36 = 40$$

$$AB^2 = 40 \quad \text{إذن}$$

$$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 \quad \text{لدينا}$$

$$= (2 - 5)^2 + (-4 + 3)^2 = 9 + 1 = 10$$

$$BC^2 = 10 \quad \text{إذن}$$

$$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 \quad \text{لدينا}$$

$$= (2 - 3)^2 + (-4 - 3)^2 = 1 + 49 = 50$$

$$AC^2 = 50 \quad \text{إذن}$$

٢. استنتاج طبيعة المثلث ABC .

$$\cdot (40 + 10 = 50) \quad (\text{أي } AB^2 + BC^2 = AC^2 \text{ لدinya})$$

المثلث ABC قائم في B إذن

● المسألة

نضع x عدد كريات رضا و y عدد كريات سمير حيث x و y عدادان طبيعيان.

$$x + 10 = 2(y - 10) \quad \text{لدينا} \quad x + 6 = y - 6$$

$$\begin{cases} x + 6 = y - 6 \\ x + 10 = 2(y - 10) \end{cases} \quad \text{لتعيين } x \text{ و } y \text{ نحل الجملة}$$

$$\begin{cases} x - y = -12 \\ x - 2y = -30 \end{cases} \quad \text{أي الجملة}$$

بالطرح طرف لطرف المعادلتين نجد $y = 18$.

بتعويض y بالعدد 18 في المعادلة $x - y = -12$ نجد $x = 6$.

عند رضا 6 كريات و عند سمير 18 كرية

وبالتالي

الموضوع 6

النحوص

التمرين الأول

1 • عين القاسم المشترك الأكبر d للعددين 102 و 119.

2 • تحقق أن العددان $\frac{102}{d}$ ، $\frac{119}{d}$ أوليان فيما بينهما.

التمرين الثاني

$B = (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 - 4$ هو عدد حيث

برهن أن B يكتب على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان طبيعيان.

2 • احسب العدد B^2 ثم أكتبه على الشكل $c + d\sqrt{2}$ حيث c و d عددان طبيعيان.

التمرين الثالث

1 • ارسم دائرة مركزها O طول قطرها $[AB] = 4\text{ cm}$ هو

$\widehat{BOC} = 70^\circ$. C هي نقطة من الدائرة بحيث

2 • ما نوع المثلث ACB ؟

3 • احسب طول الوتر $[BC]$.

4 • احسب طول الوتر $[AC]$.

يأخذ $\sin 55^\circ \approx 0,82$ و $\cos 55^\circ \approx 0,57$

التمرين الرابع

(٢) هي دائرة مركزها O ونصف قطرها 2 cm

$[AB]$ هو وترها طوله 3 cm و A منتصف $[AB]$.

1 • انشئ صورة القطعة $[AB]$ بالدوران الذي مركزه O و زاويته \widehat{BOA} و في الاتجاه المباشر.

2 • هي صورة ١ بنفس الدوران.

ماذا تمثل ١ بالنسبة إلى صورة $[AB]$ ؟ انشئ النقطة ١.

• المسألة

لاقتنا مجلة ثقافية دفعت المتوسطة 290 دينارا (و هو ثمن المجلات و تكاليف الإرسال) للحصول على 3 إصدارات.

و دفعت 450 دينارا في مرة ثانية (و هو ثمن المجلات و تكاليف الإرسال) للحصول على 5 إصدارات.

احسب ثمن المجلة الواحدة و تكاليف الإرسال علما أن تكاليف الإرسال ثابتة.

الموضوع 6

• التمرين الأول (الأعداد الطبيعية والأعداد الناتجة)

١ . تعين القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119 .

نستعمل خوارزمية إقليدس .

$$\text{لدينا } 119 = 102 \times 1 + 17$$

$$102 = 17 \times 6 + 0$$

يُنتَجُ أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119 هو 17 .

إذن $d = 17$

٢ . حساب العددان $\frac{119}{d}$ و $\frac{102}{d}$

$$\text{لدينا } \frac{119}{d} = \frac{119}{17} = 7 \quad \text{و} \quad \frac{102}{d} = \frac{102}{17} = 6$$

1 هو القاسم المشترك الوحيد للعددين 7 و 6 .

و بالتالي العددان $\frac{119}{d}$ و $\frac{102}{d}$ أوليان فيما بينهما

• التمرين الثاني (الحدور التربيعية)

١ . حساب العدد $(\sqrt{3} + \sqrt{6})^2$

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 &= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\ &= 3 + 2\sqrt{3}\sqrt{3} \times \sqrt{2} + 6 \\ &= 9 + 2 \times 3\sqrt{2} = 9 + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = 9 + 6\sqrt{2} \quad \text{إذن}$$

$$B = (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 - 4 = 9 + 6\sqrt{2} - 4 = 5 + 6\sqrt{2} \quad \text{يُنتَجُ أن}$$

$$B = 5 + 6\sqrt{2} \quad \text{أي}$$

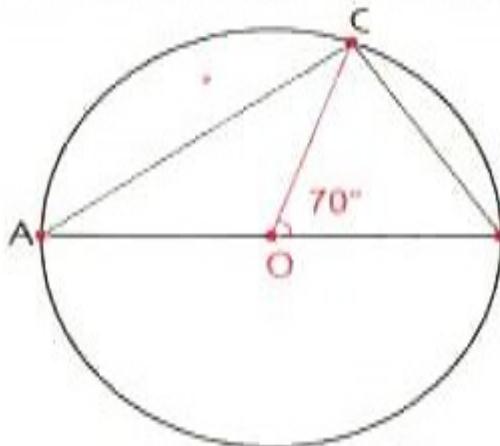
٢ . حساب B^2

$$\begin{aligned} B^2 &= (5 + 6\sqrt{2})^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 6\sqrt{2} + (6\sqrt{2})^2 \\ &= 25 + 60\sqrt{2} + 72 = 97 + 60\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$B^2 = 97 + 60\sqrt{2} \quad \text{و بالتالي}$$

الحلول

• التمرين الثالث (حساب المثلثات في مثلث قائم)



1 • إنجاز الرسم.

2 • [AB] قطر و C نقطة من الدائرة.

إذن $\widehat{ACB} = 90^\circ$. المثلث ACB قائم في C

3 • لدينا المثلث OCB متساوي الساقين

$\widehat{OCB} = \widehat{OBC}$ رأسه الأساسي O. إذن

$$\widehat{OBC} = 55^\circ \text{ أي } 2\widehat{OBC} + 70^\circ = 180^\circ$$

في المثلث القائم ABC , لدينا $\cos B = \frac{BC}{AB}$ أي

إذن $0,01\text{cm} \approx BC \approx 4 \times 0,57$ أي $BC = 4 \cos 55^\circ$ بتقريب

$$4 \cdot \sin 55^\circ = \frac{AC}{AB} \text{ أي } \sin B = \frac{AC}{AB}$$

و بالتالي $AC = 4 \times \sin 55^\circ$

$$AC = 3,28\text{cm} \quad \text{لدينا } \sin 55^\circ \approx 0,82 \quad \text{إذن}$$

• التمرين الرابع (الدوران)

1 • لدينا $OA = OB$

صورة A بالدوران الذي مركزه O وزاويته \widehat{AOB} في الاتجاه المباشر هي النقطة B.

إذا كانت D هي صورة B فإن $OB = OD$

إذن D نقطة من الدائرة (Y).

و بالتالي صورة الوتر $[BD]$ هو الوتر

لدينا $BD = AB$

للحصول على D يكفي رسم قوس دائرة مركزها B

و نصف قطرها طول $[AB]$ أي 3cm .

2 • صورة منتصف قطعة بدوران هي منتصف صورة هذه القطعة.

إذا كانت I صورة I بالدوران السابق فإن I هي منتصف صورة $[AB]$.

أي I هي منتصف $[BD]$.

$$BJ = BI \quad \text{تشى النقطة I بحيث}$$

الموضوع 6

الحلول

• المسألة

نضع x ثمن المجلة الواحدة و b تكاليف إرسالها
حيث $x > 0$ و $b > 0$.

لدينا $450 = 5x + b$ و $290 = 3x + b$

$$\begin{cases} 3x + b = 290 \\ 5x + b = 450 \end{cases}$$

لتبيين x و b نحل الجملة

بطرح طرف لطرف المعادلتين نجد $2x = 160$ أي $x = 80$
بتعويض x بالعدد 80 في إحدى المعادلتين ينتج أن $b = 50$.
إذن ثمن المجلة الواحدة هو 80 ديناراً و تكاليف الإرسال هي 50 ديناراً.

التمرين الأول

1. انشر و بسط العبارة $A = (x - 5)(x + 12)$ حيث

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

3. مثلث أطوال أضلاعه (بالستيمترات) هي $x : x + 7 : 13$. عين العدد x علماً أن هذا المثلث قائم و طول وتره هو 13 cm .

التمرين الثاني

f هي الدالة الخطية ذات المعامل 1,5 .

$$f\left(\frac{2}{3}\right) : f(0,5) : f(-2) :$$

2. احسب العدد الذي صورته الدالة f هي 2 .

3. ارسم التمثيل البياني (D) للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد و متاجنس مبدؤه النقطة O .

التمرين الثالث

1. لاحظ الشكل المقابل ثم احسب OC .

2. أعد الرسم و واصل للحصول على مثلث OCD

$$\widehat{COD} = 30^\circ$$

و ليست نقطة من المستقيم (OB) .

احسب OD .

التمرين الرابع

المستوى منسوب إلى معلم متعمد و متاجنس مبدؤه O .

$(-1; -5), A(-1; 3), B(1; 5)$ نقط من المستوى.

1. علم النقط C, B, A .

2. برهن أن النقطة $(1; -1)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

3. عين B' نظيرة B بالنسبة إلى المركز D .

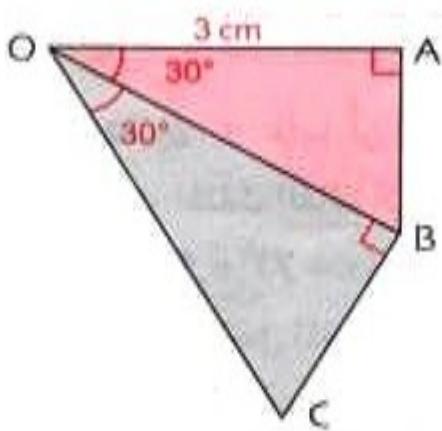
• المسألة

ساحة مستطيلة الشكل طولها $9,75\text{ m}$ و عرضها $7,28\text{ m}$ تزيد تبلطيها

بواسطة بلاطات مربعة الشكل ضلع كل منها أصغر ما يمكن.

1. بين أن هذا التبليط ممكن.

2. احسب عدد البلاطات اللازمة.



الموضوع 7

● التمرين الأول (المعادلات و المترابعات من الدرجة الأولى بجهول واحد)

1 • نشر و تبسيط A.

$$A = (x - 5)(x + 12) \quad \text{لدينا}$$

$$= x^2 + 12x - 5x - 60$$

$$= x^2 + 7x - 60$$

$$A = x^2 + 7x - 60 \quad \text{و بالتالي}$$

2 • حل المعادلة $x^2 + 7x - 60 = 0$

$$(x - 5)(x + 12) = 0 \quad \text{لدينا} \quad x^2 + 7x - 60 = 0 \quad \text{يعني}$$

$$x + 12 = 0 \quad \text{أي} \quad x - 5 = 0$$

$$\text{لدينا} \quad x = 5 \quad \text{إذن} \quad x - 5 = 0$$

$$\text{و} \quad x = -12 \quad \text{إذن} \quad x + 12 = 0$$

يتضح أن المعادلة $x^2 + 7x - 60 = 0$ تقبل حلين هما 5 و -12

3 • تعين x علماً أن المثلث قائم و وتره 13 cm.

طول وتر المثلث القائم هو 13.

إذن $13^2 = x^2 + (x + 7)^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

لتعين x نحل المعادلة $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$.

$$x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169 \quad \text{يعني} \quad x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0 \quad \text{أي} \quad 2x^2 + 14x - 120 = 0$$

حسب السؤال 2 نحصل على $x = 5$ أو $x = -12$

بما أن x عدد موجب فإن $x = 5$

و بالتالي أضلاع المثلث هي 5 cm و 12 cm و 13 cm

● التمرين الثاني (الدوال الخطية - الناسبية)

1 • حساب $f(0.5) : f(-2) : f(0.5)$

معامل الدالة الخطية f هو -1,5. إذن الدالة f معرفة كما يلي :

$$f(0.5) = (-1.5) \times (0.5) = -0.75 \quad \text{لدينا}$$

$$f(0.5) = -0.75 \quad \text{إذن}$$

الحلول

لدينا $f(-2) = (-1,5) \times (-2) = 3$

إذن $f(-2) = 3$

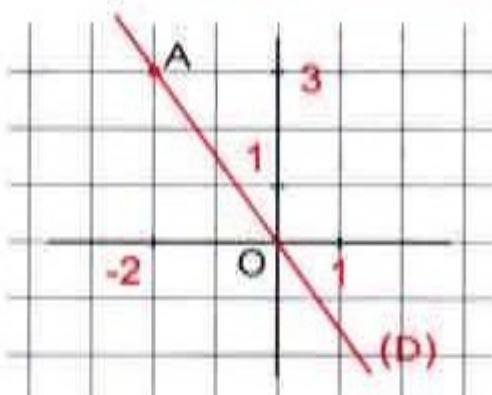
لدينا $f\left(\frac{2}{3}\right) = (-1,5) \times \left(\frac{2}{3}\right)$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = -1$$

إذن $f\left(\frac{2}{3}\right) = -1$

2 • حساب العدد الذي صورته بالدالة f هي -2 .
 العدد الذي صورته -2 هو x بحيث $f(x) = -2$
 $-\frac{3}{2}x = -2$ أي $-1,5x = -2$ يعني $f(x) = -2$
 وبالتالي $x = \frac{4}{3}$

يتبّع أن العدد الذي صورته هي -2 بالدالة f هو العدد $\frac{4}{3}$



3 • رسم التمثيل البياني (D)
 (D) هو مستقيم الذي يشمل النقطة O
 و النقطة A(-2 ; 3).

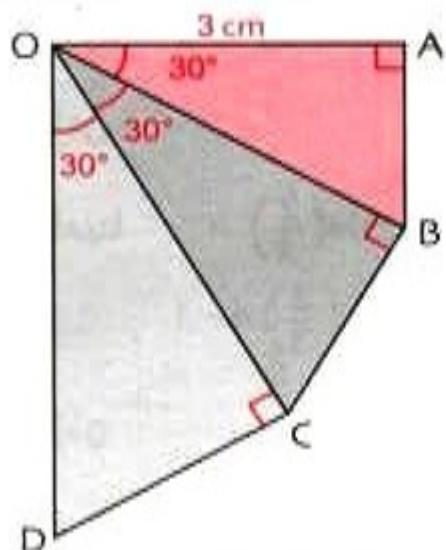
• التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

لدينا $OB = \frac{OA}{\cos 30^\circ} = \frac{3}{\cos 30^\circ}$ وبالتالي $\cos \widehat{AOB} = \frac{OA}{OB} = 1$

و لدينا $OC = \frac{OB}{\cos 30^\circ}$ إذن $\cos \widehat{BOC} = \frac{OB}{OC}$

$OC = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}$ أي $OC = \frac{3}{\cos 30^\circ} \times \frac{1}{\cos 30^\circ}$ أي

يتبّع أن $OC = 4 \text{ cm}$



لدينا 2 • $\cos \widehat{COD} = \frac{OC}{OD}$

$OD = \frac{OC}{\cos 30^\circ}$

إذن $OD = 4 \times \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 4,61$

أي $OD \approx 4,6 \text{ cm}$

التمرين الرابع (المعالم) ●

1 • تعليم النقط A, B, C, D (لاحظ الشكل).

2 • نبرهن أن (D(-1; 1)) هي مركز الدائرة المحيطة بالثلث ABC.

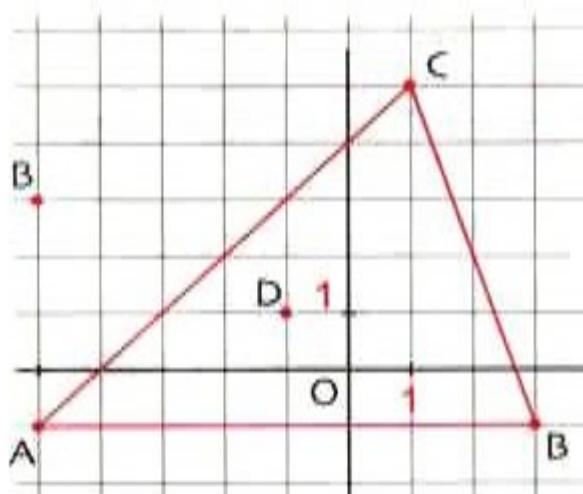
حساب الأطوال DC, DB, DA

لدينا $DA = \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2}$

$$= \sqrt{(-5 + 1)^2 + (-1 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

إذن $DA = 2\sqrt{5}$



لدينا $DB = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(3 + 1)^2 + (-1 - 1)^2}$

$$= \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

إذن $DB = 2\sqrt{5}$

لدينا $DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(1 + 1)^2 + (5 - 1)^2}$

$$= \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

إذن $DC = 2\sqrt{5}$

الحلول

نلاحظ أن $DA = DB = DC$

إذن D هي مركز الدائرة المحيطة بالثلث ABC .

- 3 • تعين B' نظيرة B بالنسبة إلى المركز D يعني D منتصف $[BB']$.

$$y_D = \frac{y_B + y_{B'}}{2} \quad \text{و} \quad x_D = \frac{x_{B'} + x_B}{2}$$

إذن

$$1 = \frac{y_B - 1}{2} \quad \text{و} \quad 1 = \frac{x_{B'} + 3}{2}$$

إذن

$$y_B = 3 \quad \text{و} \quad x_{B'} = -5$$

إذن

$$B'(-5 ; 3) \quad \text{أي}$$

• المسألة

1 • لدينا $9,75 \text{ m} = 975 \text{ cm}$ و $7,28 \text{ m} = 728 \text{ cm}$

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 728 و 975 .

$$975 = 728 \times 1 + 247 \quad \text{لدينا}$$

$$728 = 247 \times 2 + 234$$

$$247 = 234 \times 1 + 13$$

$$234 = 13 \times 18 + 0$$

$$\text{pgcd}(728 ; 975) = 13 \quad \text{إذن}$$

$$728 = 13 \times 56 \quad \text{لدينا}$$

$$975 = 13 \times 75 \quad \text{و}$$

إذن يمكن استعمال بلاطات مربعة خلعلها 13 cm و هو أصغر ضلع ممكن

2 • عدد البلاطات وفق الطول هو 75 و وفق العرض هو 56 .

إذن عدد البلاطات اللازمة هو $75 \times 56 = 4200$ أي 4200 بلاطة

التمرين الأول

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

حل جملة المعادلتين التالية :

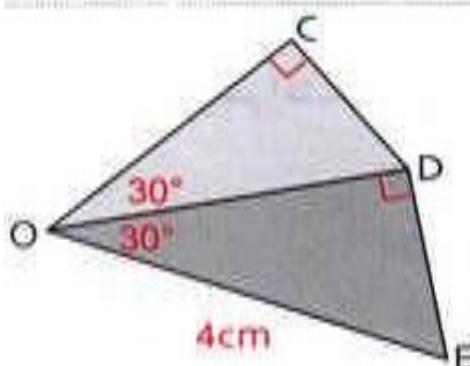
التمرين الثاني

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كما يلي : $f(x) = 4x - \frac{1}{2}$ و $g(x) = -2x + \frac{5}{2}$.1 • عين معاملي كل من الدالتين f و g ؟2 • احسب صورة العدد 0 بكل من الدالتين f و g .3 • حل المعادلة $f(x) = g(x)$. فسر بيانيا هذه النتيجة.4 • (d) و (T) هما التمثيلان البيانيان للدالتين f و g على الترتيب في معلم متعامد و متجانس مبدؤه النقطة O.

ارسم (d) و (T).

التمرين الثالث

لاحظ الشكل المقابل.

1 • احسب OC .2 • واصل الرسم للحصول على مثلث OCB قائم في B بحيث $\widehat{COB} = 30^\circ$. احسب OB .

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

A (-2 ; 2) ; B (-3 ; -1) ; C (0 ; -2) نقط من المستوي.

1 • برهن أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين.

2 • عين إحداثي A مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

● المسألة

يبلغ عمر ولد 6 سنوات و عمر أمده 28 سنة.

بعد كم سنة يصبح عمر الأم ضعف عمر ابنها ؟

ما هو حينئذ عمر كل من الأم و ابنها ؟

الحلول

● التمرين الأول (جعل معادلتين من الدرجة الأولى بجهولين)

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6} \end{cases} \quad \text{باستعمال طريقة الجمع نحل الجملة}$$

$$\begin{cases} (\sqrt{2}x + \sqrt{3}y) \times \sqrt{2} = 5 \times \sqrt{2} \\ (\sqrt{3}x + \sqrt{2}y) \times (-\sqrt{3}) = 2\sqrt{6} \times (-\sqrt{3}) \end{cases} \quad \text{أي الجملة}$$

$$\begin{cases} 2x + \sqrt{6}y = 5\sqrt{2} \\ -3x - \sqrt{6}y = -6\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{بعد التبسيط نجد :}$$

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد :

$$(2x + \sqrt{6}y) + (-3x - \sqrt{6}y) = 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$$

. $x = \sqrt{2}$ $-x = -\sqrt{2}$ أى

نعرض x بالعدد $\sqrt{2}$ في المعادلة

$$\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \quad \text{و نجد } \sqrt{2}(\sqrt{2}) + \sqrt{3}y = 5$$

$$\sqrt{3}y = 3 \quad \text{أى } \sqrt{3}y = 3$$

$$. \quad y = \sqrt{3} \quad \text{إذن } y = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

يُنتج أن الجملة تقبل حالاً واحداً هو $(\sqrt{2}; \sqrt{3})$

● التمرين الثاني (الدوال التاليفية)

1 • معامل f هما 4 و $\frac{1}{2}$ - و معامل g هما 2 - و $\frac{5}{2}$

2 • صورة 0 بالدالة f هي $f(0)$

$$f(0) = 4 \times 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$f(0) = -\frac{1}{2} \quad \text{إذن}$$

صورة 0 بالدالة g هي $g(0)$

$$g(0) = -2 \times 0 + \frac{5}{2}$$

$$g(0) = \frac{5}{2} \quad \text{إذن}$$

3 • حل المعادلة $f(x) = g(x)$

$$4x - \frac{1}{2} = -2x + \frac{5}{2} \quad \text{يعني } f(x) = g(x)$$

$$6x = 3 \quad \text{أى } 4x + 2x = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}$$

الموضوع 8

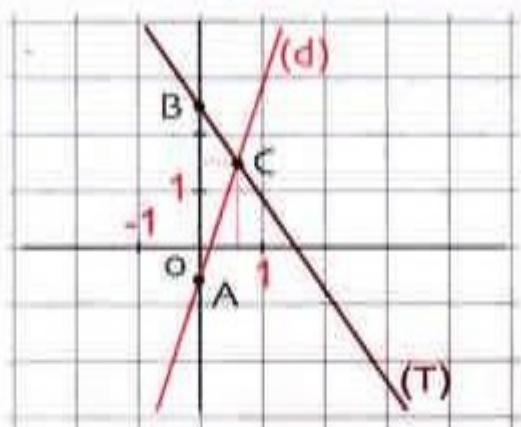
إذن $x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

و بالتالي المعادلة $f(x) = g(x)$ تقبل حل واحدا هو $\frac{1}{2}$

التفسير البياني: العدد $\frac{1}{2}$ هو فاصلة نقطة تقاطع تمثيل البياني للدالة f و التمثيل البياني للدالة g .

ترتيب هذه النقطة هو $(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$ وهو أيضا $(\frac{1}{2}, g(\frac{1}{2}))$.
لدينا $f(\frac{1}{2}) = 4 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

و بالتالي المستقيمان (T) و (d) يتقاطعان في النقطة $C(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$.



• رسم (d) و (T) .

النقطة $A(0, -\frac{1}{2})$ تنتمي إلى (d) .

النقطة $B(0, \frac{5}{2})$ تنتمي إلى (T) .

النقطة $C(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ تنتمي إلى (d) و (T) .

(d) هو المستقيم (AC)

و (T) المستقيم (BC) .

● التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

1. لدينا $OE = 4 \text{ cm}$ و $\cos \widehat{DOC} = \frac{OC}{OD}$ و $\cos \widehat{EOD} = \frac{OD}{OE}$

إذن $\cos \widehat{DOC} = \frac{OC}{OE \times \cos \widehat{EOD}}$. و بالتالي $OD = OE \times \cos \widehat{EOD}$

يتبع أن $OC = \cos \widehat{DOC} \times \cos \widehat{EOD} \times OE$

إذن $OC = \cos 30^\circ \times \cos 30^\circ \times 4$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 3$$

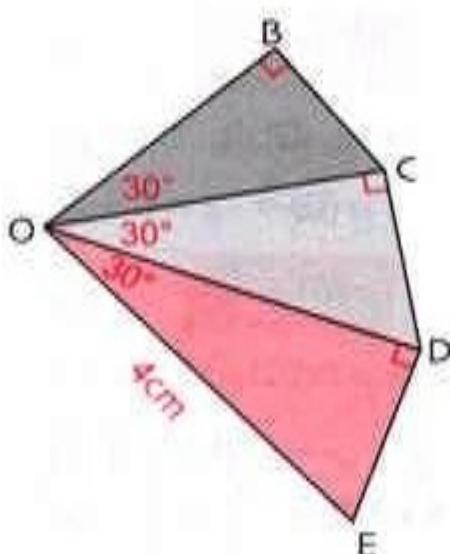
أي $OC = 3 \text{ cm}$

2. لدينا $\cos \widehat{COB} = \frac{OB}{OC}$

إذن $OB = OC \times \cos \widehat{COB}$

أي $OB = OC \times \cos 30^\circ$

يتبع أن $OB \approx 2.6 \text{ cm}$



$$OB = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

أي

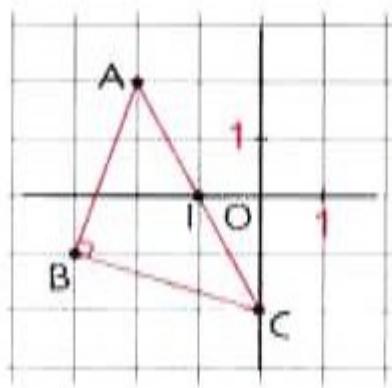
$$OB \approx 2.6 \text{ cm}$$

يتبع أن

الحلول

● التمرين الرابع (المعالم)

- ١ . البرهان على أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين.
نعلم النقط A , B و C و رسم المثلث ABC . (الشكل)



حساب الأطوال $BC : AC : AB$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad \bullet \text{ لدينا}$$

$$= \sqrt{(-3 + 2)^2 + (-1 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$AB = \sqrt{10}$$

إذن

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \quad \bullet \text{ لدينا}$$

$$= \sqrt{(0 + 2)^2 + (-2 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AC = 2\sqrt{5}$$

إذن

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \quad \bullet \text{ لدينا}$$

$$= \sqrt{(0 + 3)^2 + (-2 + 1)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{10}$$

إذن

نلاحظ أن $AB = BC$. إذن المثلث ABC متساوي الساقين

• حساب $BC^2 : AC^2 : AB^2$

لدينا $BC^2 = 10 : AC^2 = 20 : AB^2 = 10$

نلاحظ أن $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ينتُج حسب النظرية العكسيّة لنظرية فيتاغورس أن المثلث ABC قائم في B

2 . تعيين إحداثيي ١ مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

بما أن المثلث ABC قائم في B

فإن مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث هو منتصف الوتر $[AC]$.

الموضوع 8

الحلول

$$x_i = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2 + 0}{2} = -1 \quad \text{لدينا}$$

$$y_i = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 - 2}{2} = 0 \quad \text{و}$$

إذن $(-1, 0)$ هو مركز الدائرة المحيطة بالثلث ABC

• المسألة

نضع x عدد السنوات التي يصبح بعدها عمر الأم ضعف عمر ابنتها
حيث x عدد طبيعي.

$$28 + x = 2(6 + x) \quad \text{لإيجاد } x \text{ نحل المعادلة}$$

$$28 + x = 12 + 2x \quad 28 + x = 2(6 + x) \quad \text{يعني}$$

$$x = 16 \quad \text{ينتتج أن}$$

و بالتالي يصبح عمر الأم ضعف عمر ابنتها بعد 16 سنة.

$$6 + 16 = 22 \quad \text{و} \quad 28 + 16 = 44 \quad \text{لدينا}$$

و بالتالي بعد 16 سنة يكون عمر الأم 44 سنة و عمر الإبن 22 سنة

التمرين الأول

١. اكتب كلا من العدددين a و b على الشكل $c + d\sqrt{3}$ حيث c و d عددان طبيعيان.

$$b = 4\sqrt{3}(1 + \sqrt{3}) : a = 2(1 + \sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 6$$

٢. اكتب $\frac{b}{a}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

التمرين الثاني

f هي الدالة الخطية المعرفة كما يلي :

١. عين معامل الدالة الخطية f .

٢. عين صورة كل من الأعداد التالية : $3 : \frac{1}{\sqrt{3}} : 1 : 3$

٣. عين الأعداد التي صورتها بالدالة f هي $\sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{2}} : -3$ على الترتيب.

التمرين الثالث

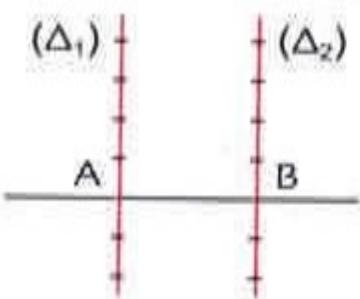
هذه العلامات تحصلت عليها ليلي خلال الفصل الأول في الرياضيات.

$13 : 14 : 9 : 7 : 10 : 12 : 10 : 14$.

١. احسب معدل علامات ليلي في الرياضيات بتقريب 0,01 بالزيادة.

٢. احسب وسيط سلسلة هذه العلامات.

التمرين الرابع



في الشكل المقابل، المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) متوازيان و مدرجان تدريجياً منتظماً و بنفس الوحدة.

١. انشئ النقطة M من القطعة $[AB]$

بحيث $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. برر كيفية الإنشاء.

٢. انشئ النقطة N من المستقيم (AB) تختلف عن M بحث

• المسألة

إشترى صانع صفيحة من الزجاج عرضها 81cm و طولها 108cm .

يريد تقطيعها إلى مربعات متماثلة ذات مساحة أكبر ما يمكن.

٠ ما هو طول ضلع كل مربع و ما هو عدد المربعات التي يمكن تقطيعها ؟

الموضوع 9

● التمرين الأول (المذور التربيعية)

$$a = 2(1 + \sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 6 \quad * \text{ لدينا 1}$$

$$= 2(1 + 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2) - 2\sqrt{3} + 6$$

$$= 2(1 + 3 + 2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 6$$

$$= 2(4 + 2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 6$$

$$= 8 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 6$$

$$= 14 + 2\sqrt{3}$$

$$a = 14 + 2\sqrt{3} \quad \text{إذن}$$

$$b = 4\sqrt{3}(1 + \sqrt{3}) \quad * \text{ لدينا 1}$$

$$= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} + 4 \times 3$$

$$= 12 + 4\sqrt{3}$$

$$b = 12 + 4\sqrt{3} \quad \text{إذن}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{14 + 2\sqrt{3}}{12 + 4\sqrt{3}} = \frac{2(7 + \sqrt{3})}{2(6 + 2\sqrt{3})} \quad * \text{ لدينا 2}$$

$$= \frac{7 + \sqrt{3}}{6 + 2\sqrt{3}} = \frac{(7 + \sqrt{3})(6 - 2\sqrt{3})}{(6 + 2\sqrt{3})(6 - 2\sqrt{3})}$$

$$= \frac{42 - 14\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2 \times (\sqrt{3})^2}{6^2 - (2\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{42 - 8\sqrt{3} - 6}{36 - 12} = \frac{36 - 8\sqrt{3}}{24}$$

$$= \frac{4(9 - 2\sqrt{3})}{4 \times 6} = \frac{9 - 2\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{9 - 2\sqrt{3}}{6} \quad \text{إذن}$$

الحلول

● التمرين الثاني (الدوال الخطية - التناوبية)

١. معامل الدالة الخطية f هو $\sqrt{3}$.

٢. تعيين صور الأعداد.

• صورة $\sqrt{3}$ هي $f(\sqrt{3})$ أي $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$

إذن $f(\sqrt{3}) = 3$

• صورة $\frac{1}{\sqrt{3}}$ هي $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ أي $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

إذن $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1$

• صورة ١ هي $f(1)$ أي $f(1) = \sqrt{3}$

إذن $f(1) = \sqrt{3}$

• صورة ٣ هي $f(3)$ أي $f(3) = 3\sqrt{3}$

إذن $f(3) = 3\sqrt{3}$

٣. تعيين سوابق الأعداد.

• سابقة $\sqrt{2}$ هي العدد x بحيث $f(x) = \sqrt{2}$

$x\sqrt{3} = \sqrt{2}$ يعني $f(x) = \sqrt{2}$

إذن $x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

و بالتالي $\frac{\sqrt{6}}{3}$ سابقة $\sqrt{2}$ هي

• سابقة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ هي العدد x بحيث $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$x\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ يعني $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

إذن $x = \frac{\sqrt{6}}{6}$ أي $x = \frac{1}{\sqrt{6}}$

و بالتالي $\frac{\sqrt{6}}{6}$ سابقة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ هي

الموضوع 9

• سابقة 3 - هي العدد x بحيث $f(x) = -3$
 $\sqrt{3}x = -3$ يعني $f(x) = -3$

$$\text{إذن } x = -\frac{3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$$

و بالتالي سابقة 3 - هي $-\sqrt{3}$

● التمرين الثالث (الإحصاء)

- حساب معدل علامات ليلى في الرياضيات.
 عدد العلامات هو 8، (أي التكرار الكلى لهذه السلسلة هو 8).
 معدل العلامات هو الوسط \bar{x} لهذه السلسلة.
 تكرار كل قيمة يبينه الجدول التالي :

العلامة	7	9	10	12	13	14
التكرار	1	1	2	1	1	2

$$\bar{x} = \frac{7 \times 1 + 9 \times 1 + 10 \times 2 + 12 \times 1 + 13 \times 1 + 14 \times 2}{8} \quad \text{إذن}$$

$$\bar{x} \approx 11,13 \quad \text{أي} \quad \bar{x} = \frac{89}{8}$$

و بالتالي معدل علامات ليلى هو 11,13

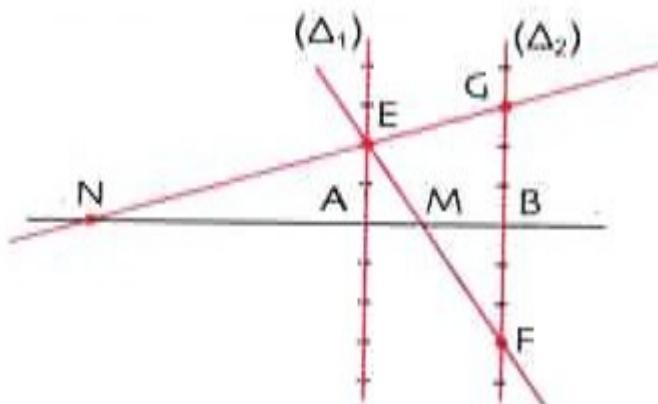
- حساب وسط السلسلة.
 عدد القيم زوجي و وسط السلسلة هو وسط القيمتين المركبتين.
 القيمتان المركبتان هما 10 و 12.

$$\text{وسط القيمتين } 10 \text{ و } 12 \text{ هو } \frac{10 + 12}{2} \text{ أي } 11.$$

إذن وسط السلسلة هو 11

الحلول

• التمرين الرابع (خاصية طالس)



1 • نختار نقطة E من (Δ_1)
بحيث $AE = 2$ و $EF = 3$ نقطة
من (Δ_2) بحث M المستقيم
القطع (EF) بقطع
القطعة $[AB]$ في M .
نحصل على مثلثين MAE و MBF
في وضعية طالس.

$$\text{يُتَّبَعُ أَنْ \frac{MA}{MB} = \frac{AE}{BF} = \frac{2}{3}$$

إذن النقطة M المحصل عليها هي النقطة الوحيدة من $[AB]$ بحث

2 • للحصول على النقطة N ، نعين النقطة G نظيرة F بالنسبة إلى B .
المستقيم (EG) يقطع المستقيم (AB) في N .

$\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3}$ أي $\frac{NA}{NB} = \frac{AE}{BG}$ أي NAE و NBG في وضعية طالس إذن

إذن النقطة N هي النقطة الوحيدة من (AB) التي تختلف عن M وتحقق $\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3}$

• المسألة

حساب $\text{pgcd}(108; 81)$

نستعمل خوارزمية إقليدس.

$$81 = 27 \times 3 + 0 \quad \text{و} \quad 108 = 81 \times 1 + 27$$

$$\text{إذن } \text{pgcd}(108; 81) = 27$$

بما أن $\text{pgcd}(108; 81) = 27$
فإن أكبر ضلع للمربع هو 27 cm

$$\text{لدينا } 3 \times 81 = 27 \times 3 \quad \text{و} \quad 108 = 27 \times 4$$

إذن يمكن تقطيع 3 مربعات وفق عرض الصفحة و 4 مربعات وفق طول الصفحة.

وبالتالي عدد المربعات التي يمكن تقطيعها هو $4 \times 3 = 12$ مربعا.

التمرين الأول

1. حلل إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى كلاً من العبارتين التاليتين.

$$E = (3x - 2)^2 - (x + 1)(3x - 2)$$

$$F = (5x - 3)^2 + 4(25x^2 - 9)$$

2. احسب قيمة E من أجل $x = \frac{3}{2}$.

احسب قيمة A من أجل $x = \frac{3}{5}$.

التمرين الثاني

. مربع مركزه O و قطره 4 cm

1. أنشئ النقط E, F, G و H صور النقط A, B, C و D على الترتيب بالدوران الذي مركزه O و زاويته 45° وفي الاتجاه غير المباشر.

2. ما هو نوع الرباعي $EFGH$ ؟

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

$(-2; A) ; (-5; B) ; (-3; C)$ نقط من المستوي.

1. علم النقط A, B و C .

2. برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين.

3. نسمى A منتصف القطعة $[AC]$.

• عين إحداثيي A . • عين إحداثيي D نظيرة B بالنسبة إلى A .

• ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

التمرين الرابع

1. عين الدالة التالية f التي تمثلها البياني

يشمل نقطتين $E\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ و $F\left(-6; -5\right)$.

2. عين صورة العدد -1 بالدالة f .

3. ما هو العدد الذي صورته بالدالة f هو -1 ؟

المسألة

ثمن 4 كيلو غرامات من البطاطا و 3 كيلو غرامات من الطماطم هو 305 دنانير.

و ثمن 5 كيلو غرامات من البطاطا و 2 كيلو غرامات من الطماطم هو 345 دينارا.

ما هو ثمن الكيلو غرام الواحد من البطاطا و ثمن الكيلو غرام الواحد من الطماطم ؟

الموضوع 10

الحلول

• التمرين الأول (حساب المثلث - المتطابقات الشهيرة)

١. تحليل E.

$$\begin{aligned} E &= (3x - 2)^2 - (x + 1)(3x - 2) \\ &= (3x - 2)[(3x - 2) - (x + 1)] \\ &= (3x - 2)(3x - 2 - x - 1) \end{aligned}$$

$$E = (3x - 2)(2x - 3) \quad \text{و بالتالي}$$

٢. تحليل F.

$$\begin{aligned} 25x^2 - 9 &= (5x)^2 - 3^2 = (5x - 3)(5x + 3) \\ F &= (5x - 3)^2 + 4(25x^2 - 9) \\ &= (5x - 3)^2 + 4(5x - 3)(5x + 3) \\ &= (5x - 3)[(5x - 3) + 4(5x + 3)] \\ &= (5x - 3)(25x + 9) \end{aligned}$$

$$F = (5x - 3)(25x + 9) \quad \text{و بالتالي}$$

٣. حساب قيمة E من أجل $x = \frac{3}{2}$

نعرض x بالعدد $\frac{3}{2}$ في E فنتيج أن $E = 0$ من أجل $x = \frac{3}{2}$ في E.

أي $E = (2 \times \frac{3}{2} - 2) \times 0 = 0$. ينتج أن

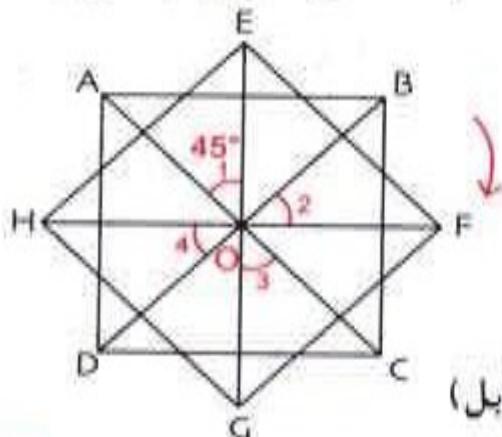
٤. حساب قيمة F من أجل $x = -\frac{3}{5}$.

نعرض x بالعدد $\frac{3}{5}$ في F فنتيج أن $F = 0$ من أجل $x = -\frac{3}{5}$ في F.

أي $F = 0 \times (25 \times \frac{3}{5} + 9) = 0$.

• التمرين الثاني (الدوران)

١. النقط E، F، G و H هي صور A، B، C و D على الترتيب بالدوران



المذكور، إذن $OE = OA$

$OF = OB$

$OG = OC$

$OH = OD$

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 = 45^\circ$ و

(لاحظ النقط E، F، G و H على الشكل المقابل)

45° هو صورة المربع ABCD بالدوران الذي مركزه O و زاويته ° و في الإتجاه غير المباشر. (أي إتجاه عقارب الساعة).

نعلم أن الدوران يحافظ على نوع الشكل إذن EFGH هو مربع

● التمرين الثالث (المعالم)

1 • تعلم النقط A, B, C و

(لاحظ الشكل)

2 • البرهان على أن المثلث ABC متساوي الساقين.

$$\begin{aligned} \text{لدينا } AB^2 &= (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \\ &= (-6 - 0)^2 + (-5 + 2)^2 \\ &= 36 + 9 = 45 \end{aligned}$$

إذن $AB = 3\sqrt{5}$ أي $AB^2 = 45$

لدينا

$$\begin{aligned} BC^2 &= (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 \\ &= (-3 + 6)^2 + (1 + 5)^2 \\ &= 9 + 36 = 45 \end{aligned}$$

إذن $BC = 3\sqrt{5}$. وبالتالي $BC^2 = 45$

في المثلث ABC لدينا $AB = BC$ إذن المثلث ABC متساوي الساقين

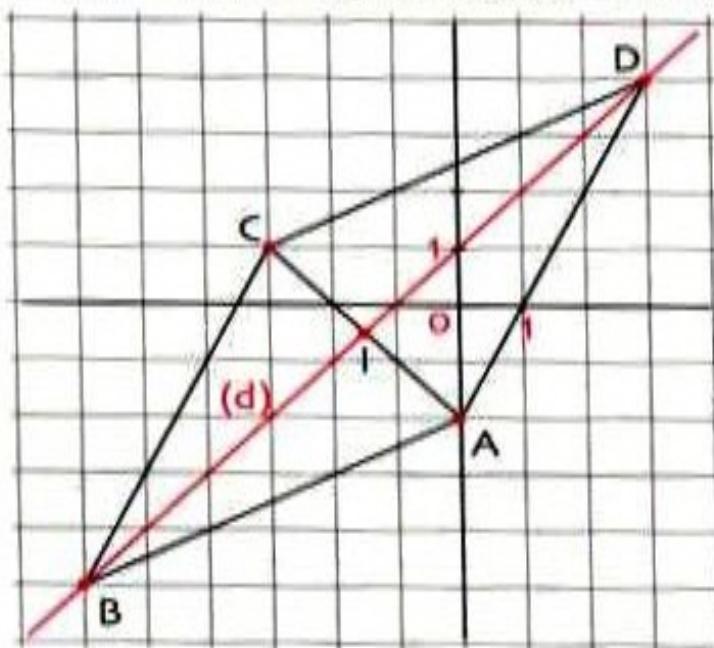
3 • تعيين إحداثي A منتصف [AC].

$$\text{لدينا } y_A = \frac{y_C + y_B}{2} = \frac{-2 + 1}{2} = -\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad x_A = \frac{x_C + x_B}{2} = \frac{0 + (-3)}{2} = -\frac{3}{2}$$

إذن إحداثيا A هما $(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ أي $(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$

• تعيين إحداثي D نظيرة B بالنسبة إلى A.

D نظيرة B بالنسبة إلى A يعني A منتصف [BD]



الحلول

لدينا $\frac{-3}{2} = \frac{-6 + x_D}{2}$ أي $x_D = \frac{x_0 + x_D}{2}$

إذن $x_D = 3$ و بالتالي $-3 = -6 + x_D$

و لدينا $\frac{-1}{2} = \frac{-5 + y_D}{2}$ أي $y_D = \frac{y_0 + y_D}{2}$

إذن $y_D = 4$ و بالتالي $-1 = -5 + y_D$

يُنتَجُ أن إحداثياً D نظيرة B بالنسبة إلى A هما (3 ; 4).

أي $D(3 ; 4)$

• تعين طبيعة الرباعي ABCD.

لدينا $AB = BC$ و للقطرين $[AC]$ و $[BD]$ نفس المنتصف A.

إذن الرباعي ABCD معين

● التمرين الرابع (الدوال التالية)

1 • تعين الدالة التالية f.

لدينا التمثيل البياني (d) للدالة f يشمل $(-6 ; -5)$ و $E\left(-\frac{3}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$

يعني $f(-6) = -5$ و $f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

الدالة f معرفة بعبارة من الشكل

$$a = \frac{f(-6) - f\left(-\frac{3}{2}\right)}{-6 + \frac{3}{2}} = \frac{-5 + \frac{1}{2}}{-\frac{9}{2}} = \frac{-\frac{9}{2}}{-\frac{9}{2}} = 1$$

لدينا

إذن $a = 1$

لدينا $-6a + b = -5$. إذن $f(-6) = -5$

و بالتالي $b = -5 + 6a = -5 + 6(1) = 1$. يُنتَجُ أن $b = 1$

إذن الدالة f معرفة كما يلى :

صورة العدد 1 - هو $f(-1)$. لدينا $f(-1) = -1 + 1 = 0$

إذن $f(-1) = 0$

• 3. تعين العدد الذي صورته بالدالة f هي -1.

نبحث عن x حيث $f(x) = -1$.

$f(x) = -1$ يعني $x + 1 = -1$. إذن $a = -2$.

$f(-2) = -1$ ينتج أن

• المسألة

نضع x ثمن الكيلو غرام الواحد من البطاطا و y ثمن الكيلو غرام الواحد من الطماطم. لدينا $4x + 3y = 305$ و $2x + 5y = 345$.

لتعين x و y نحل الجملة
 $\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ 2x + 5y = 345 \end{cases}$
 نستعمل طريقة الجمع.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ 2x + 5y = 345 \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ -2(2x - 5y) = -2(345) \end{cases} \quad \text{يعني}$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ -4x - 10y = -690 \end{cases} \quad \text{أي}$$

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد $-7y = -385$

$$\therefore y = \frac{-385}{-7} \quad \text{أي } y = 55$$

بتغيير y بالعدد 55 في المعادلة $4x + 3y = 305$ نجد

$$4x + 165 = 305 \quad \text{أي } 4x = 140 \quad \text{إذن } x = \frac{140}{4} \quad \text{أي } x = 35$$

و بالتالي الجملة $\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ 2x + 5y = 345 \end{cases}$ تقبل حلًا واحدًا هو $(35; 55)$.

إذن ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطا هو 35 ديناراً.

و ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم هو 55 ديناراً.

التمرين الأول

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعودين 3468 و 1020.

2. أوجد الكسر غير القابل للاختزال الذي يساوي $\frac{3468}{1020}$.

التمرين الثاني

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$$

التمرين الثالث

f هي الدالة التالية المعرفة كما يلي : $f(x) = -\frac{5}{2}x + 4$ و (d) هو التمثيل البياني لها في المستوى المنسوب إلى معلم متواحد و متجانس مبدؤه 0.

1. هل النقطة (3 ; -2) تنتمي إلى (d) ؟

2. برهن أن النقطتين (1 ; -2) و (-6 ; 4) تنتميان إلى (d).

3. ارسم المستقيم (d).

التمرين الرابع

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساس A.

1. أنشئ النقطة E بحيث $\overline{AE} = \overline{CE}$.

2. برهن أن المثلث ABE متساوي الساقين.

3. لتكن I منتصف [AC] و J منتصف [BE]. برهن أن $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JB}$.

• المسألة •

يقترن نادي رياضي في كرة القدم صيغتين لشاهد 20 مقابلة تجرى على ملعنه خلال الموسم الرياضي.

الصيغة الأولى : دفع 55 دينارا لتذكرة الدخول.

الصيغة الثانية : إشتراك قدره 600 دينارا و دفع في كل مرة 5 دنانير عند الدخول.

ابدأ ، من أي عدد من المقابلات تكون الصيغة الثانية هي الأفضل للجمهور ؟

الموضوع 11

• التمرين الأول (الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة)

- حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020.
- نستعمل خوارزمية إقليدس.

$$3468 = 1020 \times 3 + 408 \quad \text{لدينا}$$

$$1020 = 408 \times 2 + 204$$

$$408 = 204 \times 2 + 0$$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020 هو 204.

$$\text{أي } \text{pgcd}(3468 ; 1020) = 204$$

2 • اختزال الكسر $\frac{3468}{1020}$

$$\text{لدينا } 3468 = 204 \times 17 \quad \text{و} \quad 1020 = 204 \times 5$$

$$\text{إذن } \frac{3468}{1020} = \frac{204 \times 17}{204 \times 5} = \frac{17}{5}$$

و بالتالي الكسر غير القابل للاختزال والذى يساوى $\frac{3468}{1020}$ هو $\frac{17}{5}$

• التمرين الثاني (حل معادلين من الدرجة الأولى بمحضتين)

نحل الجملة $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$ باستعمال طريقة الجمع.

$$\begin{cases} 4x - 6y = -2 \\ -21x + 6y = 6 \end{cases} \quad \text{أى} \quad \begin{cases} (2x - 3y) \times 2 = -1 \times 2 \\ (-7x + 2y) \times 3 = -2 \times 3 \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

$$(4x - 6y) + (-21x + 6y) = -2 + 6 \quad \text{بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد}$$

$$-17x = -4 \quad \text{إذن} \quad x = -\frac{4}{17}$$

نعرض x بالعدد $\frac{4}{17}$ في المعادلة 1.

$$-3y = -1 + 2 \left(\frac{-4}{17} \right) \quad \text{أى} \quad -3y = -1 - \frac{8}{17}$$

$$y = \frac{3}{17} \quad \text{إذن} \quad -3y = -\frac{9}{17} \quad \text{أى}$$

يُنتج أن الجملة $\begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$ تقبل حل واحداً هو $(-\frac{4}{17}; \frac{3}{17})$

الحلول

• التمرين الثالث (الدول التالفة)

1 • لدينا $f(-2) = -\frac{5}{2}(-2) + 4 = 5 + 4 = 9$

إذن $f(-2) = 9$

نلاحظ أن $f(-2) \neq 3$. إذن النقطة $A(-2; 3)$ لا تنتمي إلى (d)

2 • لدينا $f(2) = -\frac{5}{2}(2) + 4 = -5 + 4 = -1$

إذن $f(2) = -1$

ينتظر أن النقطة $B(2; -1)$ تنتمي إلى (d)

و لدينا $f(4) = -\frac{5}{2}(4) + 4 = -10 + 4 = -6$

إذن $f(4) = -6$

ينتظر أن النقطة $C(4; -6)$ تنتمي إلى (d)

3 • تعلم النقاطين B و C و رسم (d) .
التمثيل البياني (d) للدالة التالفة f
يشمل النقاطين B و C .

• التمرين الرابع (الأشعة والإسحاب)

1 • إنشاء النقطة E .

لدينا $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$

إذن $ACBE$ متوازي الأضلاع.

يكفي إثبات $ACBE$ متوازي الأضلاع $ACBE$

للحصول على النقطة E ، وهي الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع $ACBE$.

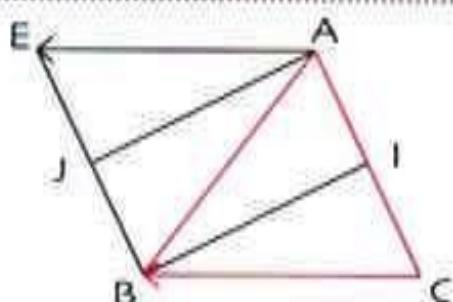
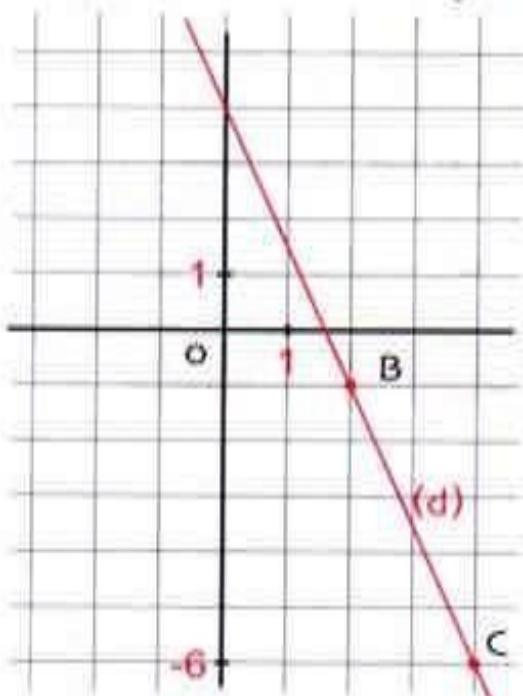
2 • $ACBE$ متوازي الأضلاع إذن $AC = EB$

و بما أن $AB = EB$ فإن $AC = AB$

وبالتالي $\triangle ABE$ متساوي الساقين رأسه الأساسي B

3 • للرباعي $AIBJ$ ضلعان متوازيان و متقابسان هما $[AI]$ و $[BJ]$.

إذن الرباعي $AIBJ$ متوازي الأضلاع. ينتهي أن



• المسألة

نضع x عدد المقابلات التي يشاهدها مناصر لهذا الفريق في الموسم.

حسب الصيغة الأولى، يدفع هذا المناصر $55x$ دينارا.

و حسب الصيغة الثانية، يدفع $(600 + 5x)$ دينارا.

تكون الصيغة الثانية هي الأفضل إذا كان $600 + 5x < 55x$.

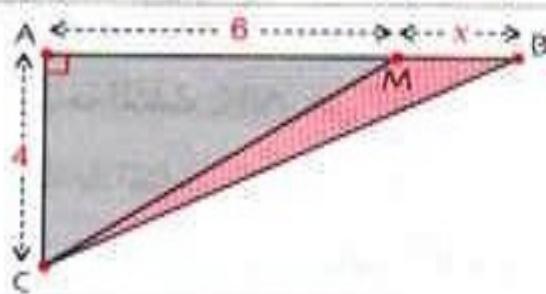
لتعين x نحل المترادفة $600 + 5x < 55x$.

هذه المترادفة تبسط كما يلي :

$$\text{و بالتالي } \frac{600}{50} > x. \quad \text{أي} \quad x > 12$$

إذن تكون الصيغة الثانية هي الأفضل ابتداءً من 13 مقابلة يحضرها هذا المناصر

التصوّص



التمرين الأول
في الشكل المقابل M هي نقطة من القطعة $[AB]$. وحدة الطول هي السنتيمتر، من أجل أية قيم للعدد x تكون مساحة المثلث ABC أصغر من 30 cm^2 ؟

التمرين الثاني

- 1 • حلّل إلى جداً عاملين العبارة E التالية :

$$E = (3x - 2)(x + 2)$$

- 2 • حل المعادلة $E = 0$

التمرين الثالث

f هي الدالة التاليفية المعرفة كما يلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$
(d) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعمّد ومتجانس مبدؤه O .

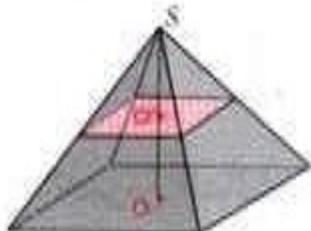
- 1 • هل النقطتان $(-2; 2)$ و $(0; 2)$ تنتسبان إلى (d) ؟

- 2 • ارسم المستقيم (d) ؟

- 3 • هل النقطة $(\frac{1}{3}; 1)$ تنتمي إلى (d) ؟

التمرين الرابع

هرم منتظم حجمه $0,576 \text{ dm}^3$ قاعدته مربعة مساحتها $1,44 \text{ dm}^2$ (انظر الشكل)،
 S هو رأس الهرم، O مركز قاعدته.



- 1 • احسب ارتفاع الهرم.
2 • يقطع هذا الهرم مستوى يوازي قاعدته و في منتصف ارتفاعه، فينتج هرم صغر مركز قاعدته O' و جذع هرم.
احسب حجم جذع الهرم.

● المسألة

أقلعت طائرة لأداً، مهمة مراقبة من قاعدتها على الساعة 8h . وبعد قطع مسافة عادت إلى قاعدتها متبعنة نفس الخط، فحطت على الساعة $11\text{h } 30\text{ min}$.
إذا كانت سرعتها المتوسطة في الذهاب 960 km/h و في الإياب 720 km/h .
فما هي مدة قطع المسافة في الذهاب و مدة قطعها في الإياب ؟

الموضوع 12

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجعات من الدرجة الأولى بجهول واحد)

مساحة المثلث ABC هي $\frac{1}{2} \times (4 \times (6 + x)) \text{ cm}^2$ أي $12 + 2x$ حيث $x \geq 0$

مساحة المثلث ABC أصغر من 30 cm^2 يعني $12 + 2x < 30$

أي $18 < 2x$ و وبالتالي $x < 9$

إذن تكون مساحة المثلث ABC أصغر من 30 cm^2 إذا كان $0 \leq x < 9$

● التمرين الثاني (المعادلات و المتراجعات من الدرجة الأولى بجهول واحد)

1 • تحليل العبارة E .

$$E = (3x - 2)(x + 2) - (9x^2 - 4) \quad \text{لدينا}$$

$$= (3x - 2)(x + 3) - (3x - 2)(3x + 2)$$

$$= (3x - 2)[(x + 3) - (3x + 2)]$$

$$= (3x - 2)(x + 3 - 3x - 2)$$

$$E = (3x - 2)(-2x + 1) \quad \text{إذن}$$

2 • حل المعادلة $E = 0$

$$(3x - 2)(-2x + 1) = 0 \quad \text{يعني} \quad E = 0$$

$$-2x + 1 = 0 \quad \text{أو} \quad 3x - 2 = 0 \quad \text{أي}$$

$$x = \frac{2}{3} \quad \text{يعني} \quad 3x = 2 \quad \text{إذن} \quad 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{يعني} \quad 2x = 1 \quad \text{إذن} \quad -2x + 1 = 0 \quad \text{و}$$

و وبالتالي المعادلة $E = 0$ تقبل حلين هما $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{3}$

● التمرين الثالث (الدوال التالية)

1 • حساب صورة 2 و صورة 2 بالدالة f .

$$\text{لدينا} \quad f(-2) = -\frac{1}{2}(-2) + 1 \\ = 1 + 1 = 2$$

$$f(-2) = 2 \quad \text{إذن}$$

$$\text{ولدينا} \quad f(2) = -\frac{1}{2}(2) + 1 = -1 + 1 = 0$$

$$f(2) = 0 \quad \text{إذن}$$

الحلول

بما أن $f(-2) = 2$ فإن النقطة $(-2 ; 2)$ تنتمي إلى (d)

و بما أن $f(2) = 0$ فإن النقطة $(2 ; 0)$ تنتمي إلى (d)

2 • رسم المستقيم (d) .

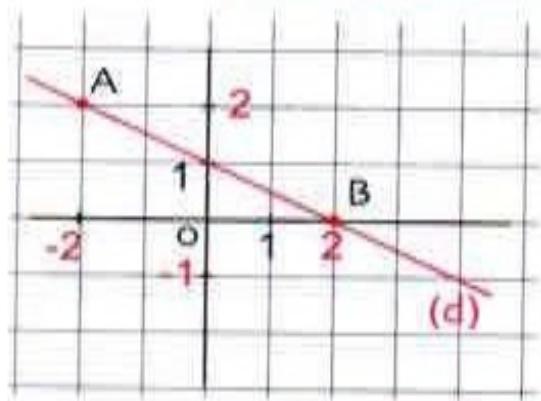
المستقيم (d) هو المستقيم (AB) .

3 • لدينا $f(1) = -\frac{1}{2}(1) + 1$

$$= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

إذن $f(1) = \frac{1}{2}$

بما أن $\frac{1}{3} \neq \frac{1}{2}$ فإن النقطة $(1 ; \frac{1}{3})$ لا تنتمي إلى (d)



• التمرين الرابع (الهندسة في الفضا - الكرة و الجلة - المقاطع المترية)

1 • حساب الارتفاع OS حيث $0,576 = \frac{1}{3} \times 1,44 \times OS$

$$\text{إذن } OS = \frac{3 \times 0,576}{1,44} = 1,2$$

وبالتالي ارتفاع الهرم هو $1,2 \text{ dm}$

2 • حجم جذع الهرم هو فرق حجم الهرم الأصلي و حجم الهرم المصغر.

ارتفاع الهرم المصغر هو $\frac{1}{2} OS$

ونسبة التضييق هي نسبة الارتفاعين (أي نسبة الارتفاعين هي $\frac{1}{2}$) .

نسبة حجم الهرم المصغر على حجم الهرم الأصلي هي $(\frac{1}{2})^3$.

نرمي ∇ حجم الهرم المصغر.

$$\text{لدينا } \frac{\nabla}{0,576} = (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$$

$$\text{بنجع أن } \nabla = \frac{0,576}{8} = 0,072$$

حجم جذع الهرم هو $0,576 - 0,072 = 0,504$ أي $0,504 \text{ dm}^3$

إذن حجم جذع الهرم هو $0,504 \text{ dm}^3$

• المسألة

نضع x هي مسافة الذهاب و هي أيضاً مسافة الإياب.

و نضع t_1 مدة قطع هذه المسافة عند الذهاب و t_2 مدة قطعها عند الإياب.

$$960 t_1 = 720 t_2 \quad \text{أي} \quad x = 720 t_2 \quad x = 960 t_1$$

$$t_1 + t_2 = 210 \text{ min} \quad \text{أي} \quad t_1 + t_2 = 3 \frac{1}{2} \text{ min}$$

$$\begin{cases} 960 t_1 = 720 t_2 \\ t_1 + t_2 = 210 \end{cases} \quad \text{لتعيين } t_1 \text{ و } t_2 \text{ نحل الجملة}$$

$$\begin{cases} 4 t_1 = 3 t_2 \\ t_1 + t_2 = 210 \end{cases} \quad \text{هذه الجملة تبسط على الشكل}$$

$$\begin{cases} 4 t_1 - 3 t_2 = 0 \\ 3 t_1 + 3 t_2 = 630 \end{cases} \quad \text{هذه الجملة تكتب أيضاً}$$

بجمع طرف لطرف المعادلين نجد $7 t_1 = 630$

و بالتالي $t_1 = 90$

بتقسيم t_1 بالعدد 90 في المعادلة $t_1 + t_2 = 210$ نجد $t_2 = 120$

و بالتالي مدة الذهاب هي 90 min أي $1 \frac{1}{2} \text{ min}$

مدة الأياب هي 120 min أي $2 \frac{1}{2} \text{ min}$

التمرين الأول

اكتب العدد $\frac{5.6}{2.45}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

التمرين الثاني

المستوى منسوب إلى معلم متعمد و متجانس مبدؤه O .

$A(-3; 4)$ و $B(1; -1)$ نقطتان من المستوى و $(\vec{v}; 2)$ شعاع.

1. علم النقطتين A و B .

2. لتكن A' صورة A و B' صورة B بالانسحاب الذي شعاعه \vec{v} .
• عين إحداثي A' و B' .

• علم النقطتين A' و B' في المعلم السابق.

• ما هي طبيعة الرباعي $AA'BB'$ ؟

التمرين الثالث

المستوى منسوب إلى معلم متعمد و متجانس مبدؤه O .

f دالة تألفية معرفة كما يلي : $f(x) = -3x + 2$

1. عين صورة كل من العدددين 1 و 0 بالدالة f .

2. أنشئ (D) التمثيل البياني للدالة f في المعلم السابق.

التمرين الرابع

يمثل الشكل المقابل كرة مركزها O و قطرها 4 cm مقطوعة

بمستو وفق دائرة مركزها O' بحيث $O O' = 1,6\text{ cm}$.

1. عين نقطة من هذا الدائرة.

• ما نوع المثلث $O O' M$ ؟

• مثل بالقياسات الحقيقية المثلث $M O O'$.

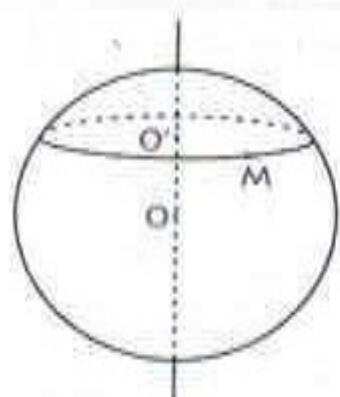
2. احسب نصف قطر هذه الدائرة.

• المسألة

اشترى رضا كراسين و 3 أقلام بـ 45 دينارا و اشتري سمير 4 كراسات

و قلما واحدا من نفس النوع بـ 55 دينارا.

ما هو ثمن الكراس الواحد و ما هو ثمن القلم الواحد ؟



• التمرين الأول (الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة)

$$\text{لدينا } \frac{5,6}{2,45} = \frac{560}{245}$$

• حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 560 و 245.

نستعمل خوارزمية إقليدس.

$$560 = 245 \times 2 + 70 \quad \text{لدينا}$$

$$245 = 70 \times 3 + 35$$

$$70 = 35 \times 2 + 0$$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 560 و 245 هو 35.

$$\text{أي } \text{pgcd}(560; 245) = 35$$

• اختزال الكسر $\frac{560}{245}$

$$\text{لدينا } 245 = 35 \times 7 \quad \text{و} \quad 560 = 35 \times 16$$

$$\text{إذن } \frac{560}{245} = \frac{35 \times 16}{35 \times 7} = \frac{16}{7}$$

ينتظر أن $\frac{560}{245} = \frac{16}{7}$

و وبالتالي $\frac{5,6}{2,45} = \frac{16}{7}$ هو الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي العدد

• التمرين الثاني (المعام)

1 • تعليم النقطتين A و B. (لاحظ الشكل)

2 • تعين إحداثيات A' و B'.

صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه \vec{v} .

يعني $\vec{AA'} = \vec{v}$.

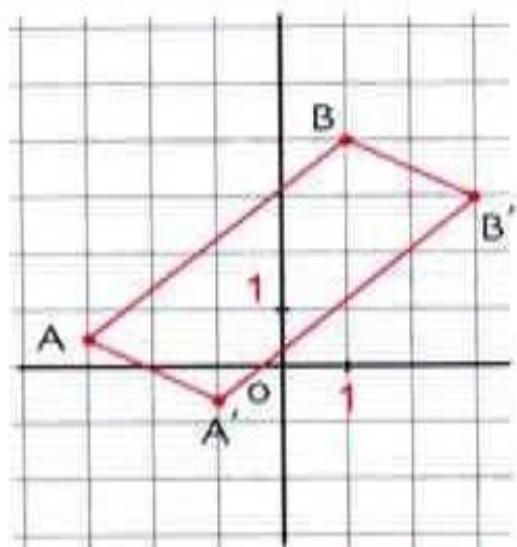
$$x_{A'} - x_A = x_A + 3 \quad \text{لدينا}$$

$$y_{A'} - y_A = y_A + \frac{1}{2} \quad \text{و}$$

$$x_{A'} + 3 = 2 \quad \text{يعني } \vec{AA'} = \vec{v}$$

$$y_{A'} - \frac{1}{2} = -1 \quad \text{و}$$

$$y_A = -\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad x_{A'} = -1 \quad \text{ينتظر أن } A'(-1; -\frac{1}{2}) \quad \text{أي}$$



$$A'(-1; -\frac{1}{2})$$

الحلول

• صورة B' بالانسحاب الذي شاعر \vec{v} يعني $\vec{v} = \overrightarrow{BB'}$.

$$\text{لدينا } x_B - x_{B'} = x_B - 1$$

$$y_B - y_{B'} = y_B - 4 \quad \text{و}$$

$$y_B - 4 = -1 \quad \text{و} \quad x_B - 1 = 2 \quad \overrightarrow{BB'} = \vec{v}$$

• ينبع أن $x_{B'} = 3$ و $y_{B'} = 3$ أي $B'(3; 3)$

• تعلم النقاطين A' و B' (لاحظ الشكل)

• تعين طبيعة الرباعي $AA'B'B$.

• $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \vec{v}$. إذن $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$ و $\overrightarrow{BB'} = \vec{v}$.

• وبالناتي الرباعي $AA'B'B$ متوازي أضلاع

● التمرين الثالث (الدواال التألفية)

1 • تعين صورة كل من العدددين 1 و 0 بالدالة f .

$$\text{لدينا } f(1) = -3 \times 1 + 2$$

$$= -3 + 2 = -1$$

$$\therefore f(1) = -1 \quad \text{إذن}$$

$$f(0) = 2 \quad f(1) = -1 \quad \text{إذن} \quad \therefore f(0) = -3 \times 0 + 2 = 2 \quad \text{و لدينا}$$

2 • إنشاء التمثيل البياني (D) للدالة f .

$$A(1; -1) \quad f(1) = -1 \quad \text{إذن النقطة}$$

تنتمي إلى (D).

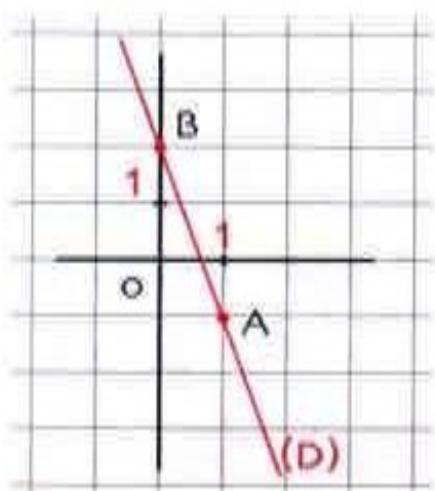
$$B(0; 2) \quad f(0) = 2 \quad \text{إذن النقطة}$$

تنتمي إلى (D).

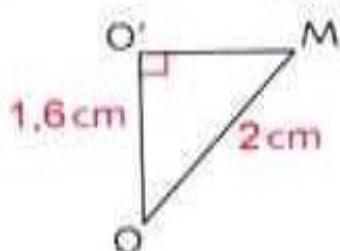
التمثيل البياني (D) للدالة f هو المستقيم (AB) .

لإنشاء (D) نعلم النقاطين

$$A(1; -1) \quad \text{و} \quad B(0; 2) \quad \text{ونرسم} \quad (AB)$$



● التمرين الرابع (الهندسة في الفعما - الكرة و المجلة - المقاطع المستوية)



1. المثلث $O'OM$ قائم في O' .

OM هو نصف قطر الكرة أي $OM = 2 \text{ cm}$.

رسم المثلث $O'OM$ لنرسم زاوية قائمة رأسها O' .

نعين O' على أحد أضلاعها بحيث $O'O' = 1.6 \text{ cm}$.

ثم نستعمل المدور لتعيين M على الضلع الثاني للزاوية القائمة بحيث $OM = 2 \text{ cm}$.

2. في المثلث القائم $O'OM$

$$\text{لدينا } OM^2 = O'O'^2 + O'M^2$$

$$O'M^2 = OM^2 - O'O'^2$$

$$O'M^2 = 4 - (1.6)^2 = 1.44$$

$$\text{إذن } O'M = \sqrt{1.44}$$

$$\text{أي } O'M = 1.2$$

وبالتالي

نصف قطر الدائرة هو 1.2 cm

● المسألة

نضع x ثمن الكراس الواحد و y ثمن القلم الواحد حيث $0 < x < y$.

$$\text{لدينا } 4x + 3y = 45 \quad \text{و} \quad 2x + y = 55$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 45 \\ 4x + y = 55 \end{cases} \text{ نحل الجملة}$$

$$\begin{cases} 4x + 6y = 90 \\ 4x + y = 55 \end{cases} \text{ هذه الجملة تكتب أيضا}$$

$$5y = 35 \quad \text{بطرح طرف لطرف المعادلتين نجد}$$

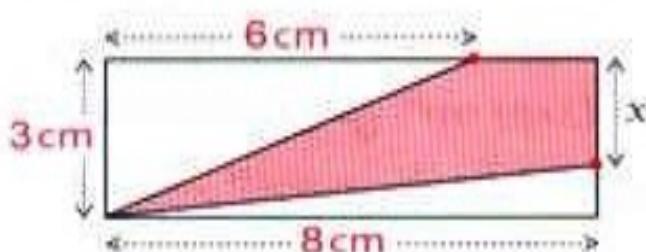
$$y = 7 \quad \text{وبالتالي}$$

$$2x = 24 \quad \text{بتعويض } y \text{ بالعدد 7 في المعادلة الأولى نجد}$$

$$x = 12 \quad \text{وبالتالي}$$

إذن ثمن الكراس الواحد هو 12 دينارا و ثمن القلم الواحد هو 7 دنانير

التمرين الأول

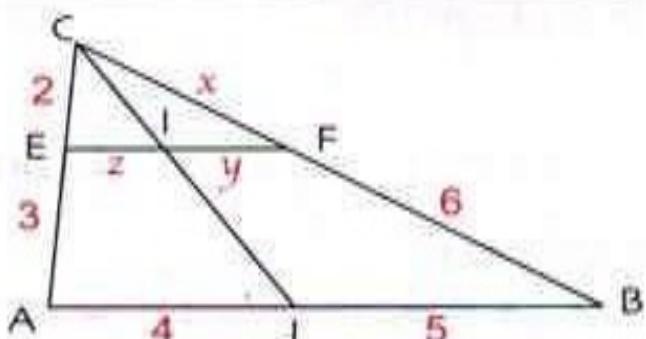


لاحظ الشكل المقابل.
من أجل أية قيمة للعدد x تكون المساحة A للجزء الملون أصغر من ثلث مساحة المستطيل؟

التمرين الثاني

$$\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

حل جملة المعادلتين التالية :



التمرين الثالث
في الشكل المقابل القطعتان $[EF]$ و $[AB]$ متوازيتان.
الوحدة هي نصف الستيمر.
• احسب كلا من x ، y ، z و 2 .

التمرين الرابع

الجدول التالي يبيّن توزيع 50 شخصا حسب قاماتهم (بالأمتار).

القامة (بالأمتار)	[1,50 ; 1,60]	[1,60 ; 1,70]	[1,70 ; 1,80]	[1,80 ; 1,90]
التكرار	4	16	20	10

- احسب تواتر كل فئة.
- احسب معدل القامات.
- ألحجز المدرج التكراري لهذه السلسلة.

• المسألة

يريد فلاح وضع سياج حول حقله المستطيل الشكل طوله 276 m و عرضه 192 m لذلك قرر وضع أعمدة بحيث يكون نفس البعد بين كل عمودين متتاليين حول الحقل مع وضع عمود في كل ركن. يريد هذا الفلاح استعمال أصغر عدد ممكن من الأعمدة.

- ما هي المسافة بين كل عمودين متتاليين؟
- ما هو عدد الأعمدة التي يجب أن يستعملها هذا الفلاح؟

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجعات من الدرجة الأولى بجهول واحد)

• حساب المساحة A للجزء الملون. وحدة الطول هي 1cm

مساحة المستطيل هي 24 cm^2 أي $(3 \times 8)\text{ cm}^2$

الجزءان غير الملونين من المستطيل هما مثلثان قائمان مساحتهم على الترتيب هما :

$$(12 - 4x)\text{ cm}^2 \quad \text{أي } \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 6\right)\text{ cm}^2 \quad \text{و } 9\text{ cm}^2$$

$$A = 24 - (9 + (12 - 4x))$$

$$= 24 - (21 - 4x)$$

$$= 24 - 21 + 4x = 3 + 4x$$

$$A = (3 + 4x)\text{ cm}^2$$

إذن

• تعيين قيمة العدد الموجب x حيث $(24) < \frac{1}{3}$.

$$x < \frac{5}{4} \quad \text{يعني} \quad 3 + 4x < 8 \quad \text{أي} \quad 4x < 5 \quad \text{إذن} \quad \frac{5}{4} < A \quad (24)$$

أي $1,25 < x$ و بالتالي قيمة x التي من أجلها تكون المساحة A للجزء الملون

أصغر من ثلث مساحة المستطيل هي كل الأعداد x بحيث $0 \leq x < 1,25$

● التمرين الثاني (جمل معادلين من الدرجة الأولى بجهولين)

نحل هذه الجملة باستعمال طريقة التعويض.

$$\begin{cases} y = 10 - 5x \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \quad \text{يعني} \quad \begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

$$2x - 3y = 6 \quad \text{و} \quad y = 10 - 5x \quad \text{لدينا}$$

$$2x - 30 + 15x = 6 \quad \text{أي} \quad 2x - 3(10 - 5x) = 6 \quad \text{إذن}$$

$$x = \frac{36}{17} \quad \text{و بالتالي} \quad 17x = 36 \quad \text{أي}$$

$$x = \frac{36}{17} \quad \text{و} \quad y = 10 - 5x \quad \text{لدينا}$$

$$y = -\frac{10}{17} \quad \text{أي} \quad y = 10 - 5\left(\frac{36}{17}\right) = -\frac{10}{17} \quad \text{إذن}$$

ينتظر أن الجملة $\left(\frac{36}{17}; -\frac{10}{17}\right)$ تقبل حلًا واحدًا هو

$$\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

الحلول

● التمرين الثالث (خاصية طالس)

• المثلثان CEI و CJF في وضعية طالس (وحدة الطول هي $0,5\text{cm}$).

$$\frac{2}{5} = \frac{z}{4} = \frac{CI}{CJ} \quad \text{أي} \quad \frac{CE}{CA} = \frac{EI}{AJ} = \frac{CI}{CJ}$$

$$z = 0,8\text{cm} \quad z = 1,6 \quad \text{أي} \quad z = \frac{8}{5} \quad \text{أي} \quad z = \frac{4 \times 2}{5}$$

• المثلثان CIF و CJB في وضعية طالس. إذن

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{x+6} = \frac{y}{5} \quad \text{فإن} \quad \frac{CI}{CJ} = \frac{2}{5}$$

$$y = 1\text{cm} \quad y = 2 \quad \text{و نجد} \quad \frac{2}{5} = \frac{y}{5}$$

نحل المعادلة على x نحصل على $\frac{2}{5} = \frac{x}{x+6}$

$$5x = 2x + 12 \quad \text{يعني} \quad \frac{2}{5} = \frac{x}{x+6}$$

$$x = 2\text{cm} \quad x = 4 \quad \text{أي} \quad 3x = 12 \quad \text{و بالتالي} \quad x = 4$$

● التمرين الرابع (الإحصاء)

1 • حساب تواتر كل قيمة.

التكرار الكلي لهذه السلسة هو 50.

القامة (بالأمتار)	[1,50 ; 1,60[[1,60 ; 1,70[[1,70 ; 1,80[[1,80 ; 1,90[
التكرار	4	16	20	10
التواتر	$\frac{4}{50}$	$\frac{16}{50}$	$\frac{20}{50}$	$\frac{10}{50}$

2 • حساب معدل القامات. معدل القامات هو الوسط \bar{x} لهذه السلسلة.

مراكز الفئات	1,55	1,65	1,75	1,85
التكرار	4	16	20	10

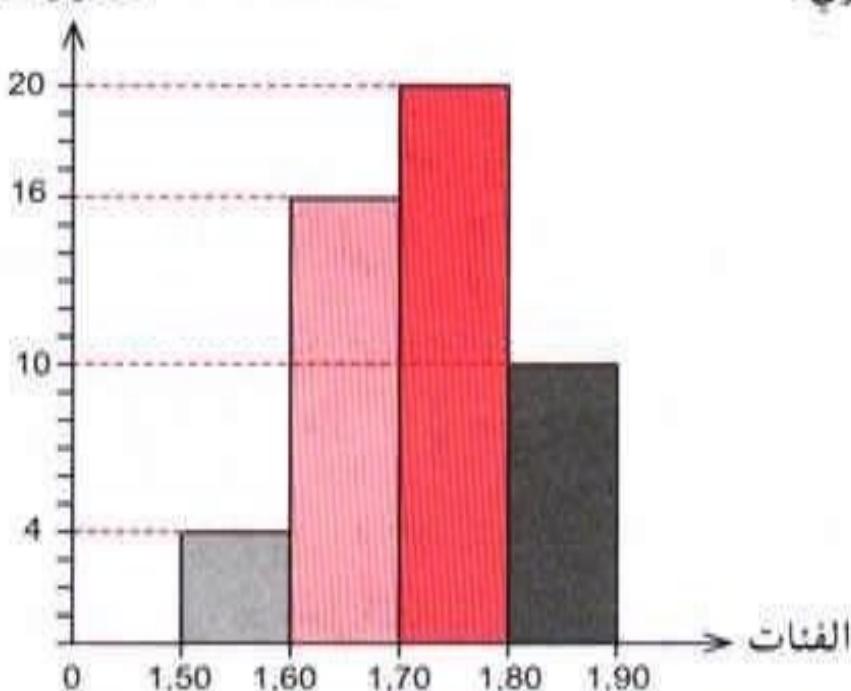
$$\bar{x} = \frac{1,55 \times 4 + 1,65 \times 16 + 1,75 \times 20 + 1,85 \times 10}{50} \quad \text{لدينا}$$

$$= \frac{7,20 + 26,40 + 35 + 18,5}{50} = \frac{87,10}{50} = 1,742$$

$$\text{إذن } \bar{x} = 1,742 \quad \text{أي} \quad \text{معدل القامات هو } 1,74\text{ m}$$

التكرارات

٣. إيجاز المدرج التكراري.

**المسألة**

١. حساب المسافة بين كل عمودين متتاليين.
بما أن المسافة بين كل عمودين متتاليين هي نفسها فإن هذه المسافة قاسم مشترك لطول وعرض الحقل.

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 192 و 276.

$$276 = 192 \times 1 + 84 \quad \text{نستعمل خوارزمية إقليدس، لدينا}$$

$$192 = 84 \times 2 + 24$$

$$84 = 24 \times 3 + 12$$

$$24 = 12 \times 2 + 0$$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 276 و 192 هو 12، أي $\text{pgcd}(192; 276) = 12$

أكبر مسافة بين كل عمودين متتاليين هي 12m و بالتالي

٢. حساب عدد الأعمدة التي يجب استعمالها.

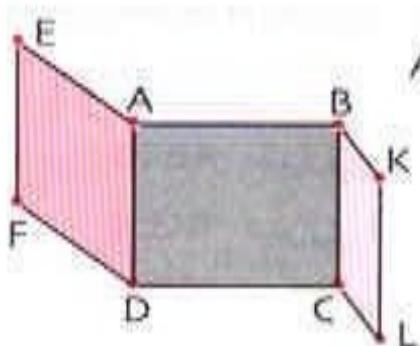
محيط الحقل هو $2 \times (276 + 192) = 936$ m أي 936m ولدينا إذن

أصغر عدد ممكن من الأعمدة هو 78

إذن

التمرين الأول

في الشكل المقابل كل من الرباعيات $AEFD$, $ABCD$ و $BCLK$ متوازي الأضلاع.



1 • برهن أن $\vec{EA} + \vec{AB} + \vec{BK} = (\vec{FD} + \vec{DC}) + \vec{CL}$.

2 • برهن أن الرباعي $EKLF$ متوازي الأضلاع.

التمرين الثاني

اكتب كل عدد من الأعداد التالية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

$$c = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} : b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} : a = \frac{4}{3 - \sqrt{2}}$$

التمرين الثالث

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

1 • $A(1; -1)$; $B(-2; 1)$; $C(3; 1)$ نقط من المستوى، علم النقط A و C .

2 • هل النقطة C تنتمي إلى الدائرة التي تشمل B و مركزها A ؟

3 • لتكن D نظير النقطة C بالنسبة إلى A . عين إحداثي النقطة D .

4 • هي النقطة ذات الإحداثيين $(4; -4)$, بين أن F تنتمي إلى محور القطعة $[CD]$.

التمرين الرابع

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

f هي الدالة التالية التي تمثلها البياني (d) يشمل نقطتين $(-1; -2)$ و $E(-2; 1)$.

d (1; 3) و F هي الدالة الخطية التي تمثلها البياني (L) يشمل $(1; -1)$ و $G(1; 1)$.

1 • عين الدالتين f و F ثم ارسم المستقيمين (d) و (L).

2 • حل المعادلة $(x)f = (x)F$. ماذا يمثل هذا الحل بالنسبة إلى المستقيمين (d) و (L) ؟

• المسألة

تريد إدارة متوسطة تنظم مسابقة علمية بين أفواج من التلاميذ.

ترشح 124 بنتا و 93 ولدا للمشاركة في هذه المسابقة.

1 • احسب أكبر عدد من الأفواج التي يمكن تشكيلها بحيث تشتمل كل الأفواج نفس عدد البنات و نفس عدد الأولاد ؟

2 • ما هو عدد البنات و عدد الأولاد في كل فوج ؟

الموضوع 15

● التمرين الأول (الأشعة والإسحاب)

. $\vec{EA} = \vec{FD}$ متوازي الأضلاع إذن $AEDF \sim 1$

. $\vec{AB} = \vec{DC}$ متوازي الأضلاع إذن $ABCD \sim$

. $\vec{BK} = \vec{CL}$ متوازي الأضلاع إذن $BCLK \sim$

$\vec{EA} + \vec{AB} = \vec{FD} + \vec{DC}$ ينتج أن

$$(\vec{EA} + \vec{AB}) + \vec{BK} = (\vec{FD} + \vec{DC}) + \vec{CL} \quad \text{إذن}$$

2. من المساواة السابقة نستنتج أن

أي $\vec{EK} = \vec{FL}$ وبالتالي الرباعي $EKLF$ متوازي الأضلاع

● التمرين الثاني (المقدور التربيعي)

$$a = \frac{4}{3 - \sqrt{2}} = \frac{4(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{9 - 2} = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{7}$$

$$a = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{7} \quad \text{إذن}$$

$$b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - 1} = \frac{2 + \sqrt{2}}{1} = 2 + \sqrt{2}$$

$$b = 2 + \sqrt{2} \quad \text{إذن}$$

$$c = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2}$$

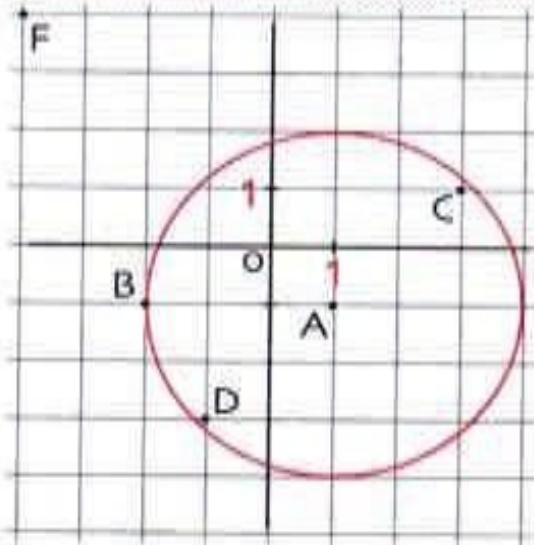
$$= \frac{(\sqrt{7})^2 + 2\sqrt{7}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{7 - 3}$$

$$= \frac{7 + 2\sqrt{21} + 3}{4} = \frac{10 + 2\sqrt{21}}{4} = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$$

$$c = \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \quad \text{إذن}$$

الحلول

• التمرين الثالث (المعالم)



- 1 • تعلم النقط A, B و C . (لاحظ الشكل)
 2 • التتحقق إن كانت النقطة C تنتهي إلى الدائرة التي تشمل B و مركزها A .
 C تنتهي إلى الدائرة التي مركزها A و تشمل B يعني $AC = AB$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad \text{لدينا}$$

$$y_B - y_A = -1 + 1 = 0 \quad \text{و} \quad x_B - x_A = -2 - 1 = -3 \quad \text{بما أن}$$

$$AB = 3 \quad \text{إذن} \quad AB = \sqrt{(-3)^2 + 0^2} = \sqrt{9} = 3 \quad \text{فإن}$$

$$\cdot AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \quad \text{ولدينا}$$

$$y_C - y_A = 1 + 1 = 2 \quad \text{و} \quad x_C - x_A = 3 - 1 = 2 \quad \text{بما أن}$$

$$AC = 2\sqrt{2} \quad \text{إذن} \quad AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad \text{فإن}$$

نلاحظ أن $AC \neq AB$

إذن النقطة C لا تنتهي إلى الدائرة التي مركزها A و تشمل B

- 3 • D هي نظيرة C بالنسبة إلى A ، إذن A منتصف [CD].

$$y_A = \frac{y_C + y_D}{2} \quad \text{و} \quad x_A = \frac{x_C + x_D}{2} \quad \text{وبالتالي}$$

$$-1 = \frac{1 + y_D}{2} \quad \text{و} \quad 1 = \frac{3 + x_D}{2} \quad \text{أي}$$

$$y_D = -3 \quad \text{و} \quad x_D = -1 \quad \text{إذن}$$

D (-1 ; -3) أي (-1 ; -3) هما D

- 4 • نبين أن النقطة F (-4 ; 4) تنتهي إلى محور القطعة [CD].

F تنتهي إلى محور القطعة [CD] يعني $CF = DF$

$$CF = \sqrt{(x_F - x_C)^2 + (y_F - y_C)^2} \quad \text{لدينا}$$

الموضوع 15

$$y_F - y_C = 4 - 1 = 3 \quad \text{و} \quad x_F - x_C = -4 - 3 = -7$$

$CF = \sqrt{58}$ إذن $CF = \sqrt{(-7)^2 + (3)^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$ و بالتالي

لدينا $DF = \sqrt{(x_F - x_D)^2 + (y_F - y_D)^2}$

$$, y_F - y_D = 4 + 3 = 7 \quad \text{و} \quad x_F - x_D = -4 + 1 = -3$$

$DF = \sqrt{58}$ إذن $DF = \sqrt{(-3)^2 + (7)^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$ و بالتالي

بما أن $CF = DF$ فإن F تنتهي إلى معور القطعة $[CD]$

• التمرين الرابع (الدوال الخطية - الدوال التالية)

1. تعين الدالتين f و g .

* f دالة تالية. إذن f معرفة بعبارة من الشكل

$f(3) = 1$ و $f(-2) = -1$ يعني $f(3) = 1$ و $f(-2) = -1$ (d) يشمل النقاطين $(3, 1)$ و $(-2, -1)$

$$a = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{3 - (-2)} = \frac{2}{5} \quad \text{لدينا}$$

$$, a(-2) + b = -1 \quad \text{يعني} \quad f(-2) = -1 \quad \text{لدينا}$$

$$, b = -1 + \frac{4}{5} = -\frac{1}{5} \quad \text{أي} \quad \frac{2}{5}(-2) + b = -1 \quad \text{أي}$$

يُنتج أن الدالة f معرفة كما يلي :

* g دالة خطية. إذن g معرفة بعبارة من الشكل

$g(1) = -1$ يعني $g(1) = -1$ (L)

أي $m = -1$ إذن $m \times 1 = -1$

يُنتج أن الدالة g معرفة كما يلي :

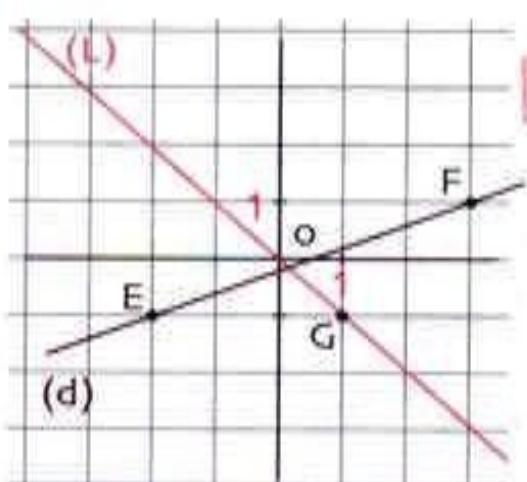
رسم (d) و (L). (انظر الشكل)

(d) هو المستقيم (EF)

و (L) هو المستقيم (OG)

2. حل المعادلة $f(x) = g(x)$

$$\frac{2}{5}x - 1 = -x \quad \text{يعني} \quad f(x) = g(x) \quad \text{لدينا}$$



الحلول

$$x = \frac{5}{7} \quad \text{إذن} \quad \frac{7}{5} x = 1 \quad \text{أي}$$

و بالتالي المعادلة $f(x) = g(x)$ تقبل حلًا واحدًا هو $\frac{5}{7}$

العدد $\frac{5}{7}$ هو فاصلة نقطة تقاطع (d) و (L)

ترتيب هذه النقطة هو $\frac{3}{35}$ أي $f\left(\frac{5}{7}\right)$

• المسألة

1 • عدد الأفواج هو قاسم مشترك لعدد البنات و عدد الأولاد المشاركين و أكبر عدد من الأفواج هو $\text{pgcd}(124; 93)$.
لحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 124 و 93
نستعمل خوارزمية إقلیدس.

لدينا $124 = 93 \times 1 + 31$ و $93 = 31 \times 3 + 0$ ،
إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 124 و 93 هو 31 ،
أي $\text{pgcd}(124; 93) = 31$.

إذن أكبر عدد من الأفواج التي يمكن تشكيلها هو 31

2 • عدد البنات و عدد الأولاد في كل فوج.

لدينا $124 = 31 \times 4$ و $93 = 31 \times 3$

و بالتالي عدد البنات في كل فوج هو 4 و عدد الأولاد هو 3

التحقق : عدد التلاميذ المشاركين هو $93 + 124 = 217$ أي

كل الأفواج مكونة من 7 تلاميذ و عدد الأفواج هو 31

إذن عدد التلاميذ المشاركين الموزعين في الأفواج هو $31 \times 7 = 217$ أي

النحوص

التمرين الأول

1 • نضع $a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. احسب a^2 و

2 • تحقق أن $a^2 = a + 1$.

التمرين الثاني

1 • عين الدالة التالية f حيث $f(4) = 1$ و $f(-3) = 2$.

2 • عين صورة 11 بالدالة f .

3 • عين العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{10}{7}$.

التمرين الثالث

ABCD متوازي أضلاع بحيث $BD = 1,5 \text{ cm}$ و $BC = 2,5 \text{ cm}$ و $AB = 2 \text{ cm}$.

K هي نظيرة C بالنسبة إلى D و L نظيرة A بالنسبة إلى D .

1 • أنجز شكلا.

2 • برهن أن L هي صورة K بالانسحاب الذي شاعمه \overline{AC} .

التمرين الرابع

إليك السلسلة الإحصائية لعلامات رضا في الرياضيات خلال الفصل الثاني.

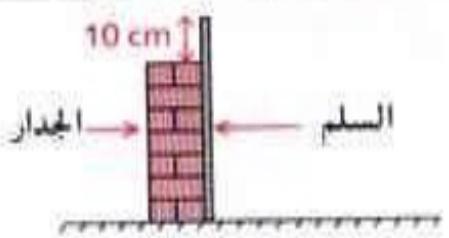
10 : 11 : 17 : 12 : 19 : 15 : 9 : 7 : 16 .

1 • احسب معدل رضا في الرياضيات خلال هذا الفصل.

2 • احسب وسط هذه السلسلة.

3 • ما هي العلامة التي ينبغي أن يتحصل عليها رضا في فرض إضافي حتى يصير معدله 13 ؟

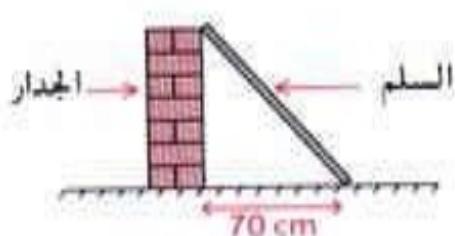
• المسألة



إذا وضعنا سلماً ضد جدار، فيفوق الجدار

بـ 10 cm وإذا وضعناه مائلًا بحيث يبعد

عن قاعدة الجدار بـ 70 cm ، فيصل بالضبط



إلى قمة الجدار. (انظر الشكلين).

ما هو ارتفاع الجدار و ما هو طول السلم ؟

الحلول

• التمرين الأول (المقدور التربيعي)

١ • حساب a^2

$$a^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{2^2} = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4}$$

لدينا

$$= \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$a^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \text{إذن}$$

٢ • حساب $\frac{1}{a} + 1$

$$\frac{1}{a} + 1 = \frac{1}{1+\sqrt{5}} + 1 = \frac{2}{1+\sqrt{5}} + 1$$

لدينا

$$= \frac{2+1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{a} + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \quad \text{إذن}$$

$$a + 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1+\sqrt{5}+2}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \text{لدينا . ٢}$$

$$a^2 = a + 1 \quad \text{إذن} \quad a + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}, \quad a^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \text{نعلم أن}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} + 1 &= \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{(3+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})} = \frac{3-3\sqrt{5}+\sqrt{5}-5}{1-5} \\ &= \frac{-2-2\sqrt{5}}{-4} = \frac{-2(1+\sqrt{5})}{-4} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{aligned} \quad \text{لدينا}$$

$$a = \frac{1}{a} + 1 \quad \text{و بالتالي} \quad \frac{1}{a} + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad \text{و} \quad a = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{نعلم أن}$$

ملاحظة : يمكن الحصول على هذه النتيجة بقسم طرفي المساواة $1 = a^2 - a^2$ على a .

• التمرين الثاني (الدوال التالية)

١ • دالة تالية معرفة كما يلى :

تعين المعاملين a و b .

$$a = \frac{f(4) - f(-3)}{4 - (-3)} = \frac{1 - 2}{7} = -\frac{1}{7} \quad \text{لدينا}$$

الموضوع 16

إذن $f(x) = -\frac{1}{7}x + b$ و بالتالي $a = -\frac{1}{7}$
 لدينا $1 = -\frac{4}{7} + b$ إذن $f(4) = -\frac{1}{7} \cdot 4 + b$ و $f(4) = 1$
 و بالتالي $b = \frac{11}{7}$ إذن $b = 1 + \frac{4}{7} = \frac{11}{7}$

ينتظر أن الدالة التالفة f معرفة كما يلى :

2 • تعيين صورة العدد 11 بالدالة f .

لدينا $f(11) = 0$ إذن $f(11) = -\frac{11}{7} + \frac{11}{7} = 0$

و بالتالي صورة العدد 11 بالدالة f هي 0

3 • تعيين العدد الذي صورته بالدالة f هي $\frac{10}{7}$.

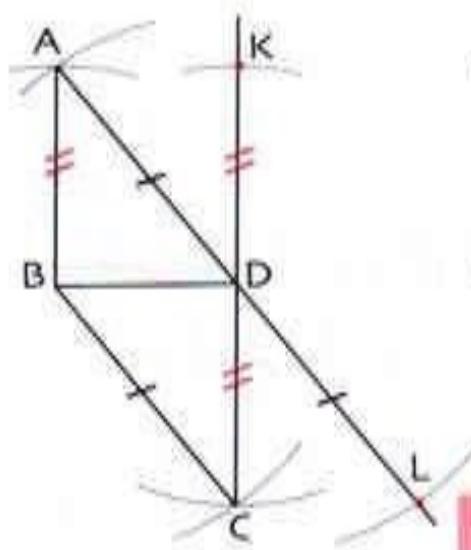
لذلك يكفى حل المعادلة $f(x) = \frac{10}{7}$.

$$-\frac{1}{7}x + \frac{11}{7} = \frac{10}{7} \text{ يعني } f(x) = \frac{10}{7}$$

$$x = 1 \quad \text{أي } -\frac{1}{7}x = -\frac{1}{7}$$

و بالتالي العدد x الذي صورته $\frac{10}{7}$ بالدالة f هو 1

• التمرين الثالث (الأشعة والأنسحاب)



1 • نرسم أولاً [BD] ثم نستعمل المدور لتعيين كل من النقطتين A و C وكذلك النقطتين K و L.

2 • D هو منتصف كل من قطرى الرباعي AKLC.

إذن $\triangle AKL$ متوازي الأضلاع.

و بالتالي $\vec{KL} = \vec{AC}$

إذن K هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AC}

الحلول

● التمرين الرابع (الإحصاء)

١. عدد العلامات هو ٩.

لتكن \bar{x} وسط هذه السلسلة. معدل رضا هو وسط هذه السلسلة.

$$\bar{x} = \frac{10 + 11 + 17 + 12 + 19 + 15 + 9 + 7 + 16}{9} = \frac{116}{9}$$

إذن $\bar{x} = \frac{116}{9}$ وبالتالي معدل رضا هو 12,88 يتدوّر إلى 0,01 بالتقىان

٢. نرتّب العلامات تصاعدياً : 7 : 9 : 10 : 11 : 12 : 15 : 16 : 17 : 19.

ووسط السلسلة هي العلامة ذات المرتبة 5 في سلسلة العلامات المرتبة تصاعدياً.

ووسط العلامات هي العلامة 12 ينتج أن

٣. حساب العلامة n بحيث $\bar{x} = 13$.

بعد إضافة فرض يصبح عدد العلامات 10.

$$\frac{7 + 9 + 10 + 11 + 12 + 15 + 16 + 17 + 19 + n}{10} = 13$$

$$\text{أي } \frac{116 + n}{10} = 13$$

$$\text{أي } 116 + n = 130$$

$$\text{إذن } n = 130 - 116 = 14. \text{ وبالتالي}$$

ينبغي أن يتحصل رضا على العلامة 14

في الفرض الإضافي حتى يصير معدله 13

● المسألة

نضع x ارتفاع الجدار و y طول السلم حيث x و y عددين طبيعيان.
لدينا $y = x + 10$.

نلاحظ أن الوضعية الثانية تبين وجود مثلث قائم، نطبق فيه نظرية فيثاغورث

$$\text{للتعبير عن } y \text{ بدلالة } x. \text{ و نجد } y^2 = x^2 + 70^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = x + 10 \\ y^2 = x^2 + 70^2 \end{array} \right.$$

الموضوع 16

الحلول

$$\left\{ \begin{array}{l} y - x = 10 \\ (y - x)(y + x) = 4900 \end{array} \right.$$

هذه الجملة تبسط على الشكل

بتعریض $y - x = 10$ بالعدد 10 في المعادلة الثانية نجد بعد التبسيط $y + x = 490$

$$\left\{ \begin{array}{l} y - x = 10 \\ y + x = 490 \end{array} \right.$$

نتحصل على الجملة التالية

بجمع طرف لطرف المعادلتين، نجد $2y = 500$. إذن $y = 250$.
بتعریض $y = 250$ بالعدد 250 في المعادلة الأولى
فينتتج أن $x = 240$. وبالتالي :

طول السلم هو 250 cm أي 2,50 m و طول الجدار هو 240 cm أي 2,40 m

ملاحظة : يمكن حل الجملة $\left\{ \begin{array}{l} y = x + 10 \\ y^2 = x^2 + 70^2 \end{array} \right.$ بطريقة التعويض.

بتعریض $y = x + 10$ في المعادلة $y^2 = x^2 + 70^2$ نجد $(x + 10)^2 = x^2 + 70^2$ أي $20x = 4800$. إذن $y = 250$ و نستنتج أن $x = 240$.

التمرين الأول

• حل كلا من المتراجحتين التاليتين :

$$5(1 - x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8) \quad ; \quad 2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$$

• مثل مجموعة حلول كل من المتراجحتين على مستقيم عددي.

التمرين الثاني

1 • عين الدالة الخطية f علماً أن صورة $\frac{3}{2}$ - بالدالة f هي -3.-

2 • المستوى منسوب إلى معلم متعمد و متوازي مبدؤه O.

ارسم التمثيل البياني (T) للدالة f .

التمرين الثالث

1 • (C) هي دائرة مركزها O و نصف قطرها 2 cm.

ارسم سادساً ABCDEF منتظماً حيث رؤوسه هي نقط من الدائرة.

2 • يتقاطع المستقيمان (EF) و (BA) في A. ما هو نوع المثلث IAF ؟

التمرين الرابع

1 • احسب، بتقريب 0,1 cm، قياسات مقطع المستوى (P)

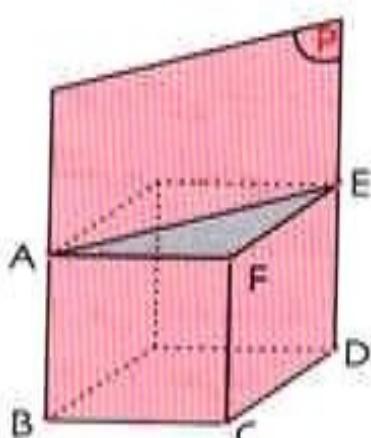
مع المكعب المثل في الشكل علماً أن المستوى (P)

يشمل الحرفين [ED] و [AB]

و أن طول حرف المكعب هو 3 cm.

• ارسم هذا المقطع بالقياسات الحقيقية.

2 • احسب حجم المنشور ABCDEF.



● المسألة

وضع تاجر 20 kg من القهوة في 56 علبة، بعضها تزن 250 g و البعض

الأخر 500 g.

• ما هو عدد العلب من كل نوع ؟

الموضوع 17

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجعات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

• حل المتراجحة $(6x + 6) - (4x + 6) < 3(x - 1) + 3(3x - 4)$

$$6x - 8 + 3x - 3 < 3x - 4x - 6 \quad \text{يعني } 2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$$

$$\text{أي } 9x + x < -6 + 11 \quad \text{أي } 10x < 5 \quad \text{بعد التبسيط نجد } x < \frac{5}{10} \quad \text{أي } x < \frac{1}{2}$$

إذن مجموعة حلول المتراجحة $2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$

هي مجموعة الأعداد x التي تحقق $x < \frac{1}{2}$ (أي الأعداد الأصغر من $\frac{1}{2}$)

• مجموعة حلول هذه المتراجحة ممثلة بالجزء غير المشطوب من المستقيم العددي المقابل.

• حل المتراجحة $5(1 - x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$

$$5 - 5x + 6x - 9 > 3x - 24 \quad \text{يعني } 5(1 - x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$$

$$\text{أي } 2x > -24 + 4 \quad \text{أي } x - 4 > 3x - 24 \quad \text{بعد التبسيط نجد } x < \frac{-20}{-2} \quad \text{إذن } x < 10 \quad \text{أي } x < 10$$

و بالتالي مجموعة حلول المتراجحة $5(1 - x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$

هي مجموعة الأعداد x التي تتحقق $x < 10$ (أي الأعداد الأصغر من 10)

• مجموعة حلول المتراجحة ممثلة بالجزء غير المشطوب من المستقيم العددي المقابل.

● التمرين الثاني (الدوال الخطية - النسبة)

1 • تعريف الدالة الخطية f .

f هي دالة خطية.

إذن f معرفة كما يلى : $f(x) = ax$

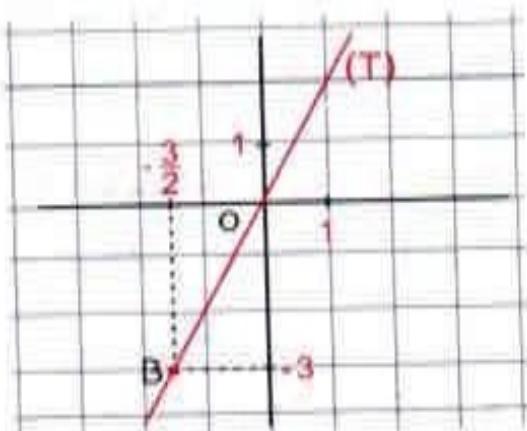
صورة $\frac{3}{2}$ - بالدالة f هي 3

يعنى $f\left(-\frac{3}{2}\right) = 3$

أى $a = 2$. إذن $a\left(-\frac{3}{2}\right) = -3$

ينتظر أن الدالة الخطية f

معرفة كما يلى : $f(x) = 2x$

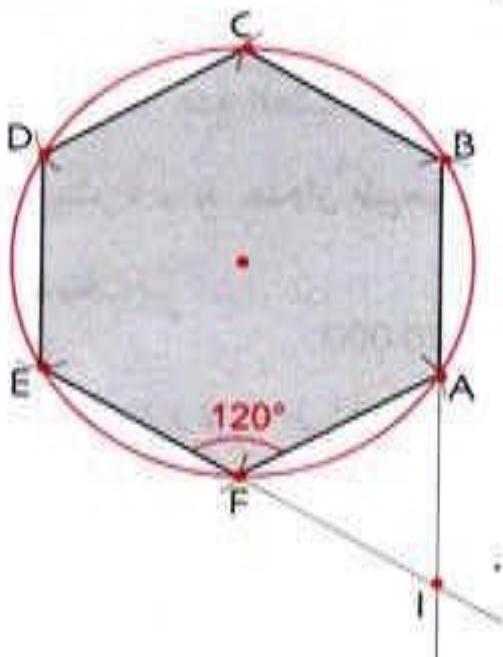


الحلول

• ٢) (T) هو التمثيل البياني للدالة f .

(T) يشمل ٥ و $(-\frac{3}{2}, -3)$. (لاحظ الشكل)

● التمرين الثالث (الدوران - الزوايا و المثلعات المنتظمة)



١. طول ضلع السادس المنتظم المطلوب

هو نصف قطر الدائرة (C).

نستعمل المدور لتحديد رؤوس
هذا المضلع على الدائرة.

نختار النقطة A من (C) كأحد رؤوس
السادسي المنتظم ثم نعين الرؤوس الأخرى.

٢. قيس كل زوايا السادس المنتظم هو 120°.

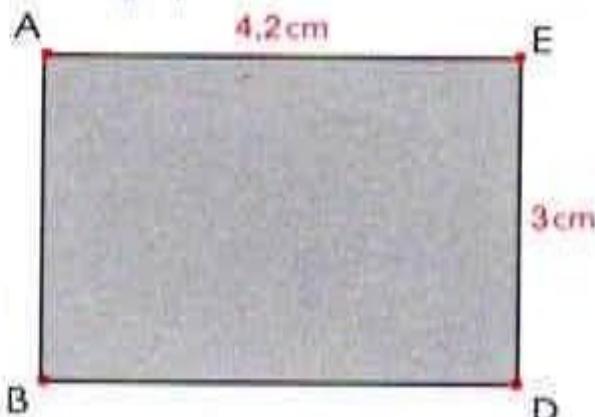
إذن $\widehat{AFI} = \widehat{FAI} = 180^\circ - 120^\circ$

أي $\widehat{AIF} = \widehat{AFI} = \widehat{FAI} = 60^\circ$. ينتج أن

إذن المثلث AFI متقارن الأضلاع

● التمرين الرابع (الهندسة في الفضا، الكرة و المثلثة - المقاطع المستوية)

١. المقطع هو مستطيل طوله AE و عرضه AB. المثلث AFE قائم في F



و متساوي الساقين.

لدينا $AE^2 = AF^2 + FE^2$

أي $AE^2 = 3^2 + 3^2 = 18$

. إذن $AE = 3\sqrt{2}$

. أي $AE \approx 4.2\text{cm}$

و لأن [AB] هو أحد أحرف المكعب.

• إنجاز الرسم

الحلول

٢٠ وحدة الحجم هي 1cm^3 . حجم المكعب هو $3^3 = 27\text{cm}^3$ وحدة أي $\frac{27}{2}$ وحدة المنشور $ABCDEF$ هو نصف حجم المكعب أي $\frac{27}{2}$ وحدة، وبالتالي حجم المنشور $ABCDEF$ هو 13.500cm^3

• المسألة

نضع x عدد العلب من نوع 250 g و y عدد العلب من نوع 500 g
حيث x و y عددين طبيعيان.

$$20\text{ kg} = 20\,000\text{ g}$$

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ 250x + 500y = 20\,000 \end{cases}$$

لدينا

لتعيين x و y نحل الجملة السابقة.

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ x + 2y = 80 \end{cases}$$

هذه الجملة تبسط على الشكل

بطرح طرف لطرف المعادلتين نجد $y = 24$.

بتعويض y بالعدد 24 في المعادلة $x + y = 56$ نجد $x = 32$.

يُنتَج أن عدد العلب من نوع 250 g هو 32 و عدد العلب من نوع 500 g هو 24

التمرين الأول

بين أن للمعادلتين التاليتين حلّين متعاكسيين:

$$1 - \frac{2}{5}x = 3 + \frac{1}{10}x \quad \text{و} \quad x = \frac{2}{5}x + 1$$

التمرين الثاني

المستوى مزود بعلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

(6) A(1; 6) : B(7; 2) : C(-1; -2) ثلات نقط من المستوى.

1. علم النقط C, B, A.

2. عين إحداثي النقطة D بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

3. أرسم الرباعي ABCD.

4. عين إحداثي مركزه A.

التمرين الثالث

$AC = 2\text{ cm}$ و $BC = 5\text{ cm}$ بحيث A هي منتصف [BC].

E $\widehat{FB} = 90^\circ$ نقطة من [AB] بحيث E أرسم الشكل.

2. ما نوع المثلث ABC ؟ احسب AB.

3. عبر عن $\tan B$ في كل من المثلثين EFB و ABC ثم احسب EF.

التمرين الرابع

B, A و C ثلات نقط من مستقيم بحيث BC = 3 cm و AB = 2 cm و B نقطة من القطعة [AC].

1. أنشئ \overline{CE} مثلا للشعاع \overline{AB} مبدؤه C.
ما هو طول الشعاع \overline{CE} ؟

2. أنشئ الشعاع \overline{KA} مثلا للشعاع \overline{BA} نهايته A.
ما هو طول الشعاع \overline{KA} ؟

● المسألة ●

حقل مستطيل الشكل محبيطه هو 456 m و ينقص عرضه عن طوله بـ 18 m.
ما هو طول و عرض هذا الحقل ؟

الموضوع 18

● التمرين الأول (المعادلات والمتراجعات من الدرجة الأولى بجهول واحد)

• حل المعادلة $\frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$

$$\frac{2}{5}x - \frac{1}{10}x = 3 - 1 \quad \text{يعني} \quad \frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$$

$$\frac{3}{10}x = 2 \quad \text{أي} \quad \frac{4}{10}x - \frac{1}{10}x = 2 \quad \text{أي}$$

$$x = \frac{20}{3} \quad \text{إذن}$$

ينتظر أن المعادلة $\frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$ تقبل حلاً واحداً هو $\frac{20}{3}$

• حل المعادلة $1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x$

$$-\frac{2}{5}x + \frac{1}{10}x = 3 - 1 \quad \text{يعني} \quad 1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x$$

$$x = -\frac{20}{3} \quad \text{أي} \quad -3x = 20 \quad \text{و بالتالي} \quad \frac{-4x + x}{10} = 2 \quad \text{أي}$$

إذن المعادلة $x - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}$ تقبل حلاً واحداً هو $-\frac{20}{3}$

نلاحظ أن العددين $\frac{20}{3}$ و $-\frac{20}{3}$ متعاكسان

ينتظر أن للمعادلتين حلان متعاكسان هما $\frac{20}{3}$ و $-\frac{20}{3}$

● التمرين الثاني (المعالج)

1. تعليم النقط A, C, B.

(لاحظ الشكل)

2. لتكن $(x_0; y_0)$ إحداثياتي النقطة D.

الرباعي ABCD متوازي $\vec{AB} = \vec{CD}$.

أضلاع يعني $\vec{AB} = \vec{CD}$.

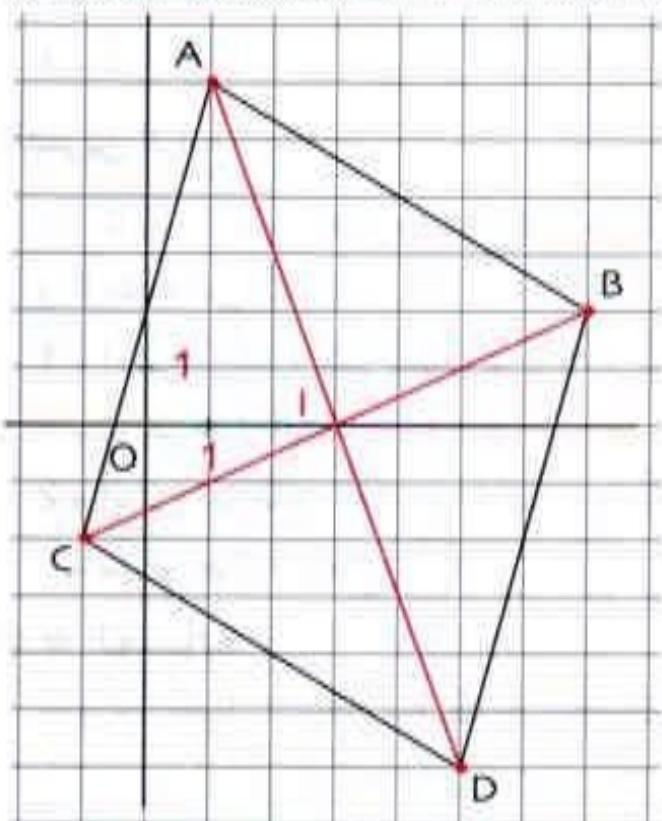
تعين إحداثياتي كل من الشعاعين

\vec{CD} و \vec{AB}

لدينا $x_B - x_A = 7 - 1 = 6$

و $y_B - y_A = 2 - 6 = -4$

إذن $\vec{AB}(6; -4)$



الحلول

$$y_0 - y_C = y_D - (-2) \Leftrightarrow y_D + 2 \quad , \quad x_0 - x_C = x_D - (-1) \Leftrightarrow x_D + 1 \quad \text{ولدينا}$$

إذن $\overrightarrow{CD}(x_0 + 1 ; y_0 + 2)$

$$-4 = y_D + 2 \quad , \quad 6 = x_D + 1 \quad \text{يعني} \quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

$$\therefore y_0 = -6 \quad \text{و} \quad x_0 = 5 \quad \text{ينتج أن}$$

أي إحداثيا النقطة D حيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع

D (5 ; -6) أى (5 ; -6) هما

3. رسم الرباعي ABDC. (لاحظ الشكل).

٤- إحداثياً المركز ا متوازي الأضلاع ABDC هما إحداثياً

متصف القطرين [BC] و [AD]

تعين إحدايني | منتصف [AD].

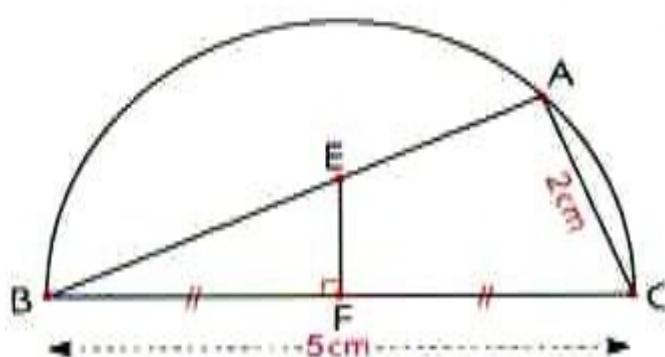
$$y_1 = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{6 - 6}{2} = 0 \quad , \quad x_1 = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \quad \text{لدينا}$$

إذن إحداثيا مركز المتوازي الأضلاع $ABDC$ هنا $x_1 = 3$ و $y_1 = 0$

| (3 ; 0) |

• التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

١٠ نرسم $[BC]$ و نعين متصفها .



رسم نصف الدائرة مركزها F

[BC] قطعه

رسم نصف الدائرة التي مركزها

نصف قطرها 2 cm

نقطع نصف الدائرة الأولى في A، العمود على (BC) في F يقطع $[AB]$ في E

٢٠ نقطتان من نصف الدائرة التي قطّرها $[BC]$. إذن المثلث ABC قائم في A .

حسب نظرية فيثاغورث ينتهي أن $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 25 - 4 = 21$

$$AB = \sqrt{21}$$

الموضوع 18

الحلول

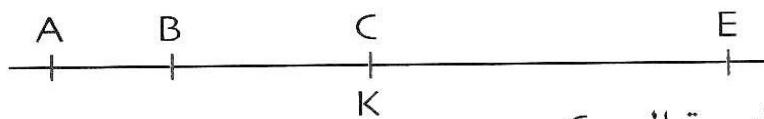
• لدينا $\tan \widehat{B} = \frac{EF}{BF}$ و $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

$$EF = \frac{5}{\sqrt{21}} \quad \text{إذن} \quad \frac{2}{\sqrt{21}} = \frac{EF}{2,5} \quad \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{EF}{BF}$$

يُنتج أن $EF \approx 1,1 \text{ cm}$ أي

التمرين الرابع (الأشعة والإنساب)

• لدينا $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CE}$ و $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$



و بالتالي E هي نظيرة A بالنسبة إلى C .

يُنتج أن طول \vec{CE} هو طول \vec{AC} .

أي طول \vec{AC} هو 5 cm

• لدينا $\vec{KA} = \vec{BA} + \vec{CB}$

$$= \vec{CB} + \vec{BA} = \vec{CA}$$

إذن $\vec{CA} = \vec{KA}$. و بالتالي النقطة K هي النقطة C .

يُنتج أن طول \vec{KA} هو طول \vec{CA} .

أي طول \vec{KA} هو 5 cm

المسألة

نضع x عرض الحقل و y طوله حيث x و y عدوان طبيعيان.

لدينا $18 - x = y$ و $2(x + y) = 456$.

لتعيين x و y نحل الجملة

$$\begin{cases} x = y - 18 \\ 2(x + y) = 456 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = -18 \\ x + y = 228 \end{cases}$$

هذه الجملة تكتب

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد $2x = 210$

يُنتج أن $x = 105$.

بتعويض x بالعدد 105 في المعادلة الثانية نجد $105 + y = 228$

و بالتالي $123 = y$. إذن طول الحقل هو 123m و عرضه 105m

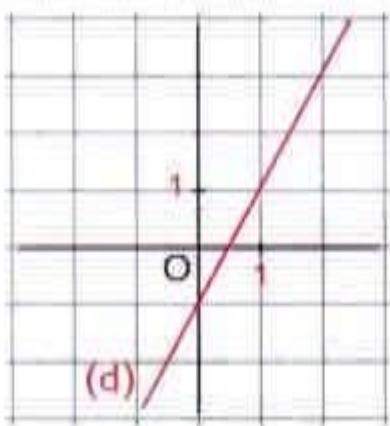
التمرين الأول

1. حل كلا من المعادلتين التاليتين :

$$\frac{3x - 5}{4} \cdot 2 = \frac{x + 1}{2} - x \quad ; \quad \frac{x + 2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x + 1}{3}$$

التمرين الثاني

(d) هو التمثيل البياني للدالة التالية f . (الشكل)



1. احسب المعاملين a و b للدالة f .

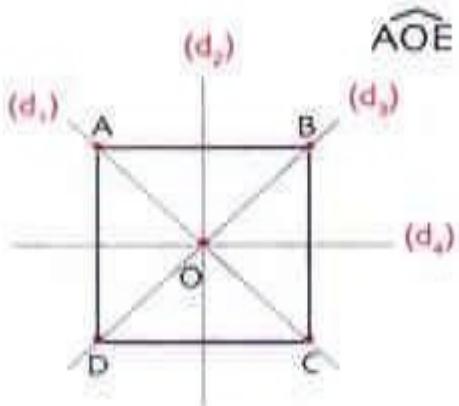
عین الدالة التالفة f .

2. عین صور العدد -4 بالدالة f .

3. عین العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{1}{2}$

التمرين الثالث

لاحظ الشكل المولى : $ABCD$ هو مربع مركزه O . المستقيمات (d_1) , (d_2) , (d_3) , (d_4) هي محاور المربع.



1. عین E و F إذا علمت أن $\widehat{AOE} = \widehat{BOF} = 135^\circ$ و $OA = OE = OF$ و O, E, B, A و O, F, E, B مرتبة بهذا الترتيب.

2. انشئ صورة $ABCD$ بالدوران

الذي مركزه O بحيث صورة A هي E .

التمرين الرابع

حجم مجسم هو $12m^3$. أُنجز تصغير له بنسبة $0,3$.

1. احسب حجم النموذج المصغر.

2. أُنجز تصغير آخر له حجمه $0,096m^3$. احسب نسبة هذا التصغير.

• المسالة

باع فلاج 40% من منتجه من القمح في المرة الأولى، ثم 15 طنا في المرة الثانية وباقي عنده $17,4$ طنا.

ما هو كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح ؟

الموضوع 19

• التمرين الأول (المعادلات والمتراجمات من الدرجة الأولى بجهول واحد)

• حل المعادلة $\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$

$$\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$$

يعني $\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$

$$\frac{3(x+2) + 4(2x+1)}{12} = 3$$

أي

$$11x + 10 = 36$$

و بعد التبسيط نجد

$$11x = 26 \quad \text{إذن} \quad x = \frac{26}{11}$$

أي $x = \frac{26}{11}$

إذن المعادلة $\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$ تقبل حلاً واحداً هو $\frac{26}{11}$

• حل المعادلة $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$

$$\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$$

يعني $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$

$$3x - 5 - 2x - 2 + 4x = 8$$

أي $\frac{3x-5 - 2(x+1) + 4x}{4} = 2$

أي $5x = 15 \quad \text{أي} \quad x = 3$

إذن $x = 3$

ينتظر أن المعادلة $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$ تقبل حلاً واحداً هو 3

• التمرين الثاني (الدواال التالية)

1 • تعين المعاملين a و b للدالة f.

$$f(x) = ax + b$$

f معرفة كما يلى :

$$f(2) = 3 \quad \text{و} \quad f(0) = -1$$

على الشكل : نقرأ

$$a \times 2 + b = 3 \quad \text{و} \quad a \times 0 + b = -1$$

وهذا يعني أن

$$\begin{cases} a \times 0 + b = -1 \\ a \times 2 + b = 3 \end{cases}$$

لتعين a و b نحل الجملة

$$\begin{cases} b = -1 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$$

بعد التبسيط نجد

$$2a + 1 = 3 \quad \text{في المعادلة 1 - في العدد 1 - نجد} \quad 2a + b = 3$$

$$a = 2 \quad \text{إذن} \quad 2a = 4$$

أي

الحلول

و بالتالي المعاملين a و b للدالة التالية f هما : $a = 2$ و $b = -1$.

الدالة f معرفة كالتالي : $f(x) = 2x - 1$ بنتج أن

2 • تعيين صورة العدد 4 - بالدالة f .

صورة 4 - هي $f(-4)$. $f(-4) = 2(-4) - 1 = -8 - 1 = -9$.

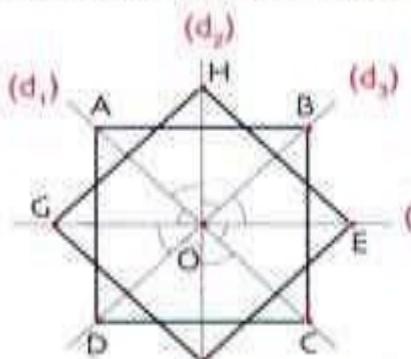
$f(-4) = -9$ إذن

3 • تعيين العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{1}{2}$.

العدد x يحقق $2x - 1 = \frac{1}{2}$ أي $2x = \frac{3}{2}$ يعني $x = \frac{1}{2}$

إذن $x = \frac{3}{4}$ و بالتالي العدد x الذي صورته هي $\frac{1}{2}$ بالدالة f هو $\frac{3}{4}$

• التمرين الثالث (الدوران - الزوايا والصلعات المنتظمة)



1 • تكون المستقيمات الأربع d_1, d_2, d_3, d_4 زوايا

قياس كل منها 45° . (لأن $3 \times 45^\circ = 135^\circ$)

إذن E هي نقطة من (d_1) و F نقطة من (d_2) .

2 • صورة A هي E بهذا الدوران

إذن صورة B هي F ، صورة C هي النقطة G نظيرة E بالنسبة إلى O .

صورة D هي النقطة H نظيرة F بالنسبة إلى O .

نعلم أن صورة مربع بدوران هي مربع.

يُنتج أن صورة المربع $ABCD$ بهذا الدوران هي المربع $EFGH$

• التمرين الرابع (المهندسة في الفضاء - الكرة و المثلث - المقاطع المستوية)

1 • V_1 هو حجم النموذج المصغر و $0,3$ هي نسبة التصغير

$$V_1 = 12 \times (0,3)^3$$

$$= 12 \times (0,027)$$

$$= 0,324$$

يُنتج أن حجم النموذج المصغر الأول هو $0,324 \text{ cm}^3$

الموضوع 19

الحلول

2 • لتكن x هي نسبة التصغير الثاني.

$$\text{لدينا } 0,096 = 12 \times x^3$$

$$\text{إذن } x^3 = \frac{0,096}{12} = 0,008 = \frac{8}{1000} = \frac{2^3}{10^3} = \left(\frac{2}{10}\right)^3$$

و بالتالي $x = \frac{1}{5}$ أي $x = 0,2$

نسبة التصغير الثاني هي $\frac{1}{5}$ إذن

• المسألة

لتكن x كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح (x بالأطنان).

$$\text{لدينا } x = \frac{40}{100} x + 15 + 17,4$$

$$\text{أي } x = \frac{40}{100} x + 32,4$$

$$\text{أي } x - \frac{40}{10} x = 32,4$$

$$\text{لجد } \left(1 - \frac{4}{10}\right) x = 32,4$$

$$\text{أي } \frac{3}{5} x = 32,4$$

$$\text{و بالتالي } x = 32,4 \times \frac{5}{3}$$

$$\text{أي } x = 54$$

بنتظر أن كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح هي 54 طنا

النصوص

التمرين الأول

- ١ • بين أن الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال.
- ٢ • احسب القاسم المشترك الأكبر للمعددين 264 و 768.
- ٣ • اكتب الكسر $\frac{264}{768}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين الثاني

مثلث ABC

- ١ • أنشئ المثلث T_1 صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{AB} و المثلث T_2 صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{BC} .
- ٢ • لاحظ أن T_2 هو صورة T_1 بانسحاب. حدد شعاع هذا الانسحاب.

التمرين الثالث

لاحظ الشكل المقابل. O هو مركز الدائرة و [AB] قطر لها.

M و N نقطتان من نفس نصف الدائرة.

A هي نقطة تقاطع القطعتين [AM] و [BN].

١ • اثبت أن $\widehat{AIN} = \widehat{IMB}$ ٢ • ما نوع كل من المثلثين IMB و INA ؟٣ • برهن أن $\frac{AN}{IN} = \frac{BM}{IM}$.

التمرين الرابع

المستوى منسوب إلى معلم متزايد و متجانس مبدؤه O.

لتكن f الدالة الخطية التي تمثلها البياني (d) يشمل النقطة (4 ; 4).

و الدالة التاليفية التي تمثلها البياني (T) يشمل النقطتين (6 ; 0) A و (2 ; -4) D.

١ • احسب معامل الدالة f ثم عين الدالة الخطية f.

٢ • احسب معاملى الدالة f ثم عين الدالة التاليفية f.

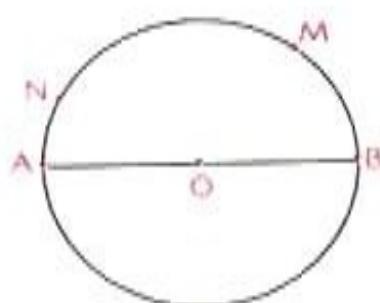
٣ • ارسم (d) و (T) في المعلم السابق.

• المسألة

في متوسطة، بلغت نسبة النجاح 80% من المترشحين لشهادة التعليم المتوسط.

• ما هو عدد الناجحين إذا كان عدد المترشحين هو 140؟

• ما هو عدد المترشحين إذا كان عدد الناجحين هو 104؟



الموضوع 20

• التمرين الأول (الأعداد الطبيعية، الأعداد الناطقة)

1. ثبّت أن الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال.

العدد 264 يقبل القسمة على 2

و العدد 768 يقبل كذلك القسمة على 2.

إذن العددان 264 و 768 يقبلان قاسما مشتركا يختلف عن 1.

و بالتالي العددان 264 و 768 ليسا أوليين فيما بينهما.

إذن الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال

2. حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 768

نستعمل خوارزمية إقليدس.

لدينا $240 = 24 \times 10 + 0$: $264 = 240 \times 1 + 24$: $768 = 264 \times 2 + 240$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 768 هو 24

أي $\text{pgcd}(264; 768) = 24$

3. اختزال الكسر $\frac{264}{768}$

لدينا $\frac{264}{768} = \frac{24 \times 11}{24 \times 32} = \frac{11}{32}$ إذن $768 = 24 \times 32$: $264 = 24 \times 11$

و بالتالي الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{264}{768}$ هو $\frac{11}{32}$

أي $\frac{264}{768} = \frac{11}{32}$

• التمرين الثاني (الأنسجة والاسحاب)

1. لدينا $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$. إذن النقطة E

هي نظيرة A بالنسبة إلى B.

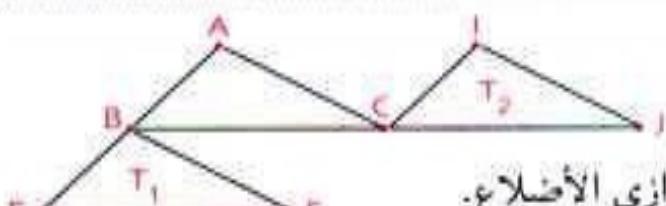
بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CF}$ فإن $ABFC$ متوازي الأضلاع.

لدينا $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CI}$. إذن النقطة I هي نظيرة B بالنسبة إلى C.

لدينا $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AI}$. إذن الرباعي $BCIA$ متوازي الأضلاع.

و بالتالي T₁ هو المثلث BEF

و T₂ هو المثلث CIJ.



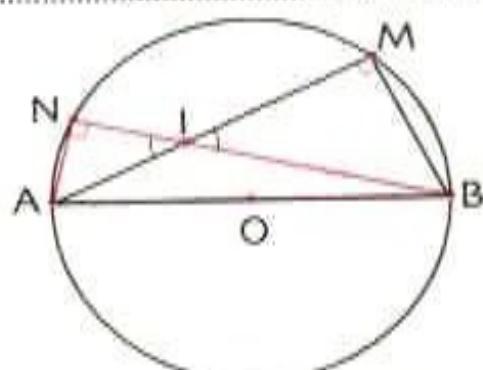
الحلول

2 • بما أن T_1 هو صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} فإن ABC صورة T_1 بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BA} .

و نعلم أن T_2 هو صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BC} .
إذن T_2 هو صورة T_1 بالانسحاب الذي هو مركب الانسحابين السابقيين
و شعاعه هو $\vec{BA} + \vec{BC}$. بما أن الرباعي $BCIA$ متوازي الأضلاع
فإن $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BI}$

إذن T_2 هو صورة T_1 بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BI}

• الترين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)



1 • الزاويتان \widehat{MIB} و \widehat{AIN} متقابلاتان بالرأس.
إذن $\widehat{AIN} = \widehat{MIB}$

2 • الزاوية المحيطية \widehat{AMB} محصر نصف دائرة.
إذن $\widehat{AMB} = 90^\circ$ أي $\widehat{IMB} = 90^\circ$. إذن المثلث IMB قائم في M .
الزاوية المحيطية \widehat{ANB} محصر نصف دائرة كذلك.
إذن $\widehat{ANB} = 90^\circ$ أي $\widehat{INA} = 90^\circ$. و بالتالي المثلث INA قائم في N .

ينتظر أن كل من المثلثين IMB و INA قائم

2 • في المثلث IMA ، لدينا $\frac{BM}{IM} = \tan \widehat{MIB}$
و في المثلث INA ، لدينا $\frac{AN}{IN} = \tan \widehat{AIN}$
و بما أن $\widehat{AIN} = \widehat{MIB}$ فإن $\widehat{AIN} = \widehat{MIB}$

و وبالتالي $\frac{AN}{IN} = \frac{BM}{IM}$

الموضوع 20

● التمرين الرابع (الدوال الخطية - الدوال التالية)

1 • تعين معاملى الدالة f

الدالة f معرفة كما يلى : $f(x) = ax$
تمثيلها البيانى (d) يشمل النقطة $B(4; 4)$

إذن $f(4) = 4$

أى $a \times 4 = 4$

إذن $a = 1$

و بالتالى الدالة الخطية f معرفة كما يلى :

2 • تعين معاملى الدالة g

الدالة g معرفة كما يلى : $g(x) = mx + p$
تمثيلها البيانى (T) يشمل النقطتين $A(0; 6)$ و $D(2; -4)$

إذن $g(0) = 6$ و $g(2) = -4$

و بالتالى $m = \frac{g(2) - g(0)}{2 - 0} = \frac{-4 - 6}{2} = -5$ أى $m = -5$

لدينا $-5 \times 0 + p = 6$ إذن $g(0) = 6$ أى $p = 6$

لدينا $p = 6$ و $m = -5$

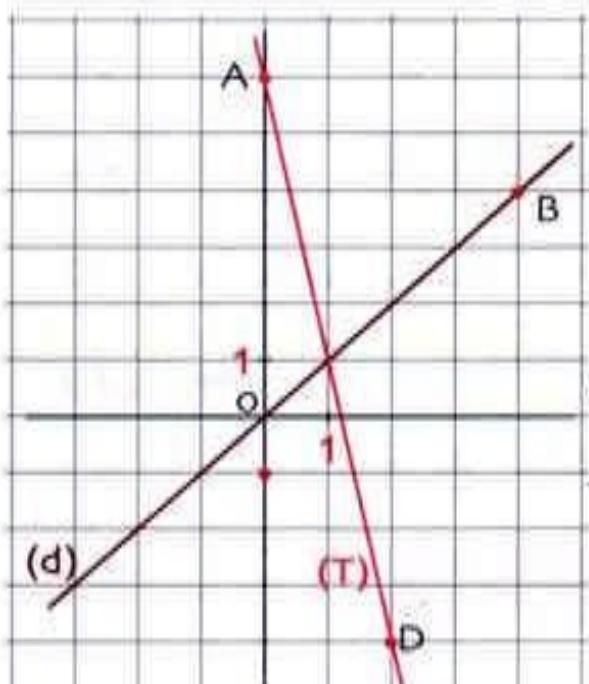
يُنتَج أن الدالة التالية g معرفة

كما يلى :

3 • رسم (d) و (T)

(d) هو المستقيم الذى يشمل النقطتين O و B

(T) هو المستقيم الذى يشمل النقطتين A و D



الحلول

• المسألة

- حساب عدد الناجحين إذا كان عدد المترشحين هو 140 في هذه المتوسطة.
ليكن x عدد الناجحين.

$$\text{لدينا } x = \frac{80}{100} \times 140 \\ x = 112 \quad \text{أي}$$

و بالتالي عدد الناجحين هو 112 إذا كان عدد المترشحين هو 140.

- حساب عدد المترشحين إذا كان عدد الناجحين هو 104.
ليكن y عدد المترشحين.

$$\text{لدينا } \frac{80}{100} y = 104 \\ y = \frac{104 \times 100}{80} \\ y = 130 \quad \text{أي}$$

و بالتالي عدد المترشحين هو 112 إذا كان عدد الناجحين هو 104.

فهرس المحتويات

• الرمز 7₃ يعني الموضوع السابع (٧) - التمرين الثالث (٣).

• الرمز 15₅ يعني الموضوع الخامس عشر (١٥) - المالة.

رقم الموضوع و طبيعته	المحتويات	الأنشطة العندية
1 ₁ 2 ₁ 6 ₁ 7 ₅ 9 ₅ 11 ₁	الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة	
13 ₅ 14 ₁ 15 ₅ 20 ₁		
1 ₂ 3 ₁ 10 ₁	حساب الحرفى - المطابقات الشهرة	
1 ₃ 5 ₁ 6 ₂ 9 ₁ 15 ₂ 16 ₁	المذور التربعة	
2 ₂ 4 ₁ 7 ₁ 8 ₅ 11 ₅ 12 ₁	المعادلات و المترافقون من الدرجة الأولى مجهول واحد	
12 ₅ 14 ₁ 17 ₁ 18 ₁ 19 ₁		
2 ₅ 3 ₂ 5 ₅ 6 ₅ 8 ₁ 10 ₅	حل معادلتين من الدرجة الأولى مجهولين	
11 ₂ 12 ₅ 13 ₅ 14 ₂ 16 ₅ 17 ₅		
18 ₅		
1 ₅ 3 ₅ 4 ₂ 4 ₅ 5 ₃ 7 ₂	الدوال الخطية - الناسبة	تنظيم المعطيات
15 ₄ 17 ₂ 19 ₆ 20 ₅		
2 ₃ 5 ₃ 8 ₂ 10 ₄ 11 ₃ 12 ₃	الدوال التاليفية	
13 ₃ 15 ₄ 16 ₂ 19 ₂ 20 ₅		
4 ₃ 5 ₂ 9 ₃ 14 ₄ 16 ₄	الإحصاء	
1 ₄ 9 ₄ 14 ₃	خاصية طالس	الأنشطة الهندسية
2 ₄ 6 ₃ 7 ₃ 8 ₃ 18 ₃ 20 ₃	حساب المثلثات في المثلث القائم	
11 ₄ 15 ₁ 16 ₃ 18 ₄ 20 ₂	الأشعة والانسحاب	
3 ₃ 5 ₄ 7 ₄ 8 ₄ 10 ₃ 13 ₂	المعالم	
15 ₃ 18 ₂		
3 ₄ 4 ₄ 6 ₄ 10 ₂ 17 ₃ 19 ₃	الدوران - الزوايا والمتلقيمات المنظمة	الهندسة في الفضاء - الكرة والخلة
12 ₄ 13 ₄ 17 ₄ 19 ₄	المقاطع المستوية	

جدول اختبارات شهادة التعليم المتوسط

المعامل	المدة	الاختبار
5	ساعتان	لغة عربية
2	ساعة و نصف	لغة أمازيغية
3	ساعتان	لغة فرنسية أو اللغة الأجنبية الأولى
2	ساعة و نصف	لغة إنجليزية أو اللغة الأجنبية الثانية
4	ساعتان	رياضيات
2	ساعة	التربية الإسلامية
(1+2) 3	ساعة و نصف	تاريخ و جغرافيا
1	ساعة	التربية مدنية
2	ساعة و نصف	علوم الطبيعة والحياة
2	ساعة و نصف	علوم فيزيائية و تكنولوجيا
1		التربية بدنية و رياضية
تضاف النقاط التي ترزيد على العشرة إلى المجموع قبل حساب المعدل	ساعة و نصف	التربية تشيكيلية أو التربية موسيقية
27		مجموع المعاملات

ملاحظة : تجرى اختبارات التربية البدنية و الرياضية، التربية الموسيقية و التربية التشيكيلية قبل تاريخ الامتحان. تحدد تواريخ و كيفية إجرائها عن طريق مناشير خاصة.

CHIHABEM

يتجه هذا الكتاب الى المترشحين لامتحان شهادة التعليم المتوسط والاساتذة، ويهدف الى :

- الاعلام بطبيعة الامتحان وتنظيمه.
- التعويذ على معالجة المواقف المهيكلة حسب التمبل الرسمي.
- المساهمة في تحسين تقنيات تحرير المواقف و الحلول التموزجية.

يشمل هذا الكتاب 20 موضوعا يغطي كل مقررات المنهج الرسمي. وفق المقاربات البيداغوجية الحديثة. مع التزام الدقة والوضوح . الى جانب جملة من النصائح المنهجية لمساعدة المترشح للتحضير للامتحان.



CHIHABEM



9789961632093